DIE NATURWISSENSCHAFTEN

Vierzehnter Jahrgang | 1. Januar 1926 | Heft 1

Atomtheorie und Mechanik[1]).

Von NIELS BOHR, Kopenhagen.

Die klassischen Theorien.

Die Analyse des Gleichgewichtes und der Bewegung von Körpern bildet nicht nur die Grundlage der Physik, sondern sie hat auch ein reiches Anwendungsgebiet für das mathematische Denken dargeboten, das sich als äußerst fruchtbar erwiesen hat für die Entwicklung der Methoden der reinen Mathematik. Diese Verbindung zwischen Mechanik und Mathematik sehen wir schon in frühester Zeit in den Arbeiten von ARCHIMEDES, GALILEI und NEWTON, in deren Hand die Bildung der zur Analyse der mechanischen Erscheinungen geeigneten Begriffe einen vorläufigen Abschluß erhielt. In der Zeit nach NEWTON geht die Entwicklung der Behandlungsmethoden mechanischer Probleme Hand in Hand mit der Entwicklung der mathematischen Analysis, wobei wir nur an Namen wie EULER, LAGRANGE und LAPLACE zu denken brauchen. Auch die spätere Entwicklung der Mechanik, die auf HAMILTON zurückgeht, geschah in engster Wechselwirkung mit der Ausbildung der mathematischen Methoden, nämlich Variationsrechnung und Invariantentheorie, wie wir es noch in neuester Zeit in den Arbeiten POINCARÉS deutlich erkennen.

Die größten Erfolge hat die Mechanik wohl auf dem Gebiet der Astronomie errungen; aber ein äußerst interessantes Anwendungsgebiet ist ihr im Laufe des letzten Jahrhunderts auch in der mechanischen Wärmetheorie entstanden. Nach der von CLAUSIUS und MAXWELL begründeten kinetischen Gastheorie werden die Eigenschaften der Gase in großem Umfang beschrieben als Folge der mechanischen Wechselwirkung der durcheinander fliegenden Atome oder Moleküle. Besonders wollen wir an die von dieser Theorie gelieferte Erklärung der beiden Hauptsätze der Wärmetheorie erinnern. Dabei ergibt sich der erste Hauptsatz als eine unmittelbare Folge des mechanischen Prinzips von der Erhaltung der Energie, während der zweite Hauptsatz, das Entropiegesetz, nach dem Vorgang von BOLTZMANN auf das statistische Verhalten einer großen Anzahl mechanischer Systeme zurückgeführt wird. Interessant dabei ist, daß statistische Betrachtungen nicht nur erlaubt haben, das mittlere Verhalten der Atome zu beschreiben, sondern auch die Schwankungserscheinungen, die bei der Erforschung der BROWNschen Bewegung eine unerwartete Möglichkeit ergeben haben, die Atome zu zählen. Für den systematischen Aufbau der statistischen Mechanik, zu dem besonders GIBBS beigetragen hat, lieferte eben die mathematische Theorie der kanonischen Form von Systemen von Differentialgleichungen das geeignete Mittel.

Eine durchgreifende Erweiterung der mechanischen Vorstellungen brachte die Entwicklung der elektromagnetischen Theorien in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts, die den Entdeckungen von ÖRSTED und FARADAY folgte. Im Anfang war wohl die MAXWELLsche Elektrodynamik in Anlehnung an Betrachtungen über mechanische Modelle aufgebaut, aber man sah bald die Vorteile ein, die es mit sich bringt, wenn man umgekehrt die mechanischen Vorstellungen auf die elektromagnetische Feldtheorie zurückzuführen versucht. In dieser Theorie werden die Erhaltungssätze dadurch begründet, daß Energie und Impuls in dem die Körper umgebenden Raum lokalisiert gedacht werden. Vor allem aber wird dadurch eine ungezwungene Deutung der Strahlungserscheinungen erreicht. Die Feldtheorie war der direkte Anlaß zur Entdeckung der elektromagnetischen Wellen, die heute in der Technik eine so große Rolle spielen. Ferner bot die von MAXWELL begründete elektromagnetische Lichttheorie eine sinngemäße Grundlage für die Wellentheorie des Lichtes dar, die auf HUYGENS zurückgeht, und erlaubte in Anlehnung an die Atomtheorie eine allgemeine Beschreibung der Entstehung des Lichtes und der beim Durchgang des Lichtes durch Materie sich abspielenden Erscheinungen. Dabei wird angenommen, daß die Atome aus elektrischen Partikeln aufgebaut sind, die Schwingungen um Gleichgewichtslagen ausführen können. Einerseits sind die freien Schwingungen der Partikeln Ursache der Strahlung, deren Konstitution wir in den charakteristischen Spektren der Elemente erkennen. Andererseits sollen die Partikeln vermöge der elektrischen Kräfte in den Lichtwellen in erzwungene Schwingungen geraten, was wieder mit sich bringt, daß das Atom zum Ausgangspunkt sekundärer Wellen wird. Durch die Interferenz der von den einzelnen Atomen kommenden Kugelwellen mit den ursprünglichen Lichtwellen entstehen die wohlbekannten Phänomene der Spiegelung und Brechung des Lichtes. Wenn die Schwingungszahl der auffallenden Wellen nahe mit der Schwingungszahl einer der freien Schwingungen des Atoms übereinstimmt, tritt eine Resonanzwirkung auf, bei welcher die Partikeln in besonders kräftige Mitschwingung geraten. Dadurch erhielt man eine ungezwungene Deutung der Phänomene der Resonanzstrahlung

[1]) Dieser Aufsatz gibt im wesentlichen den Inhalt eines Vortrags wieder, der am 30. August 1925 in Kopenhagen bei Gelegenheit des 6. skandinavischen Mathematikerkongresses gehalten wurde. Es ist jedoch zu bemerken, daß die vorliegende Ausarbeitung von der Kenntnisnahme der nach dem Vortrag erschienenen und am Schluß des Aufsatzes erwähnten, inzwischen veröffentlichten wichtigen Arbeit von HEISENBERG nicht unwesentlich beeinflußt worden ist.

und der anomalen Dispersion einer Substanz für Licht, das in der Nähe einer ihrer Spektrallinien liegt. Ebenso wie bei der kinetischen Gastheorie kommt bei der elektromagnetischen Deutung der optischen Phänomene nicht nur die mittlere Wirkung einer großen Zahl von Atomen in Betracht, sondern bei der Streuung des Lichtes kommt wegen der unregelmäßigen Verteilung der Atome die Wirksamkeit des einzelnen Atoms in einer Weise zum Vorschein, die eine direkte Zählung der Atome zuläßt. So schätzte RAYLEIGH aus der Stärke des gestreuten blauen Himmelslichtes die Anzahl der Atome in der atmosphärischen Luft in befriedigender Übereinstimmung mit der durch PERRIN beim Studium der BROWNschen Bewegung ausgeführten Atomzählung.

Die sinngemäße mathematische Darstellung der elektromagnetischen Feldtheorie beruht auf einer Anwendung der Vektoranalysis oder allgemeiner der Tensoranalysis von mehrdimensionalen Mannigfaltigkeiten. Dieses von RIEMANN begründete Wissensgebiet lieferte die geeigneten Mittel zur Formulierung von EINSTEINS Relativitätstheorie, welche Begriffe einführt, die über die GALILEIsche Kinematik herausgehen, und welche wohl als der natürliche Abschluß der klassischen Theorien angesehen werden darf.

Die Quantentheorie.

Trotz aller genannten Erfolge der Anwendung mechanischer und elektrodynamischer Vorstellungen auf die Atomtheorie sollte doch die folgende Entwicklung tiefe innere Schwierigkeiten offenbaren. Wenn man in diesen Theorien zutreffende Kenntnisse über die Wärmebewegung sowie über die an Bewegung geknüpfte Strahlung besaß, so müßten die allgemeinen Gesetze der Wärmestrahlung einer direkten Deutung zugänglich sein. Gegen alles Erwarten zeigte sich jedoch, daß eine auf einer solchen Grundlage angestellte Berechnung keineswegs imstande war, die Beobachtungen über diese Gesetze zu erklären. Darüber hinausgehend zeigte PLANCK, unter Wahrung der BOLTZMANNschen Deutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie, daß die Gesetze der Wärmestrahlung ein der klassischen Theorie fremdartiges Element von Diskontinuität bei der Beschreibung atomarer Prozesse verlangten. PLANCKS Entdeckung bestand darin, daß beim statistischen Verhalten von Teilchen, die um Gleichgewichtslagen harmonische Schwingungen ausführen, nur solche Schwingungszustände heranzuziehen waren, deren Energie ein Vielfaches eines „Quantums" ωh beträgt, wo ω die Schwingungszahl der Teilchen und h eine universelle Konstante, das sog. PLANCKsche Wirkungsquantum bedeutet. Die genauere Formulierung des Inhaltes der Quantentheorie scheint aber eine äußerst schwierige Aufgabe, wenn man bedenkt, daß alle Begriffe der bisherigen Theorien auf Vorstellungen zurückgehen, die die Möglichkeit von kontinuierlichen Änderungen verlangen. Diese Schwierigkeit wurde besonders unterstrichen durch die bedeutungsvollen Untersuchungen von EINSTEIN, nach denen wesentliche Züge der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie scheinbar verlangen, daß die Fortpflanzung des Lichtes nicht durch Ausbreitung von Wellen geschieht, sondern durch „Lichtquanten", die innerhalb eines kleinen Raumgebietes konzentriert, die Energie $h\nu$ enthalten, wo ν die Schwingungszahl des Lichtes ist. Der formelle Charakter dieser Aussage leuchtet schon deswegen ein, weil die Definition und Messung dieser Schwingungszahl ausschließlich auf der Wellenvorstellung beruht.

Die Bausteine der Atome.

Die besprochene Unzulänglichkeit der klassischen Theorien wurde durch die Entwicklung unserer Vorstellungen vom Atombau in ein helles Licht gerückt. Es bestand früher die Hoffnung, daß diese Vorstellungen sich allmählich ausbilden ließen durch die Analyse der Eigenschaften der Elemente in Anlehnung an die klassischen Theorien, die sich in so weitem Umfang bewährt hatten. Diese Hoffnung war kurz vor der Geburt der Quantentheorie besonders gestützt worden durch ZEEMANS Entdeckung der Wirkung magnetischer Felder auf Spektrallinien. Wie LORENTZ zeigen konnte, entspricht in vielen Fällen diese Wirkung gerade demjenigen Einfluss magnetischer Kräfte auf die Bewegung schwingender elektrischer Teilchen, die nach der klassischen Elektrodynamik zu erwarten wäre. Zumal erlaubte diese Deutung des Zeemaneffektes Schlüsse über die Natur der schwingenden Teilchen zu ziehen, die in schönster Übereinstimmung waren mit den experimentellen Entdeckungen von LENARD und THOMSON auf dem Gebiet der Gasentladungen, bei welchen leichte negative Partikeln, die Elektronen, als gemeinsame Bausteine aller Atome erkannt wurden. Allerdings bereitete der sog. „anomale" Zeemaneffekt mancher Spektrallinien den klassischen Theorien tiefliegende Schwierigkeiten, ähnlich denen, die auftraten bei den Versuchen, mit Hilfe von elektrodynamischen Modellen die einfachen empirischen Gesetzmäßigkeiten der Schwingungszahlen der Spektren zu deuten, die durch die Arbeiten von BALMER, RYDBERG und RITZ ans Licht gebracht waren. Besonders mußte eine Deutung der Spektralgesetze schwerlich vereinbar erscheinen mit der Schätzung der Anzahl der Elektronen im Atom, wie sie THOMSON aus Beobachtungen über Zerstreuung von Röntgenstrahlen in einfacher Anlehnung an die klassische Theorie erzielen konnte.

Während diese Schwierigkeiten eine Zeitlang auf unsern Mangel von Kenntnis des Ursprungs der Kräfte, die die Elektronen im Atom festhalten, geschoben werden konnten, wurde die Sachlage völlig geändert durch die experimentellen Entdeckungen auf dem Gebiete der Radioaktivität, welche neue Mittel zur Erforschung der Atomstruktur in die Hand gab. So konnte RUTHERFORD aus den Versuchen über den Durchgang der von radioaktiven Substanzen ausgeschleuderten Teil-

chen durch Materie eine überzeugende Begründung für die Vorstellung des Kernatoms erzielen. Nach dieser Vorstellung ist der Träger des größten Teiles der Masse des Atoms ein positiv geladener Kern, dessen Dimensionen außerordentlich klein gegenüber den Dimensionen des ganzen Atoms sind. Um den Kern bewegen sich eine Anzahl von leichteren negativ geladenen Elektronen. Das Problem des Atombaues erhielt in dieser Weise eine weitgehende Ähnlichkeit mit den Problemen der Himmelsmechanik. Eine nähere Untersuchung zeigt aber bald, daß nichtsdestoweniger zwischen einem Atom und einem Planetensystem eine grundsätzliche Verschiedenheit besteht. Vom Atom müssen wir nämlich eine Stabilität fordern, die einen der mechanischen Theorie gänzlich fremdartigen Zug darstellt. So lassen die mechanischen Gesetze eine kontinuierliche Variation der möglichen Bewegungen zu, die mit der Bestimmtheit der Eigenschaften der Elemente durchaus unverträglich ist. Die Verschiedenheit eines Atoms von einem elektrodynamischen Modell tritt auch deutlich hervor, wenn man nach der Konstitution der ausgesandten Strahlung fragt; denn für Modelle der betrachteten Art, wo die charakteristischen Frequenzen der Bewegung kontinuierlich mit der Energie variieren, wird die Schwingungszahl der Strahlung nach der klassischen Theorie sich während der Ausstrahlung kontinuierlich ändern und also gar keine Ähnlichkeit besitzen mit den Linienspektren der Elemente.

Quantentheorie des Atombaus.

Das Suchen nach einer Präzisierung der Begriffe der Quantentheorie, welche imstande wäre, über die genannten Schwierigkeiten hinwegzukommen, führte nun zur Aufstellung folgender Postulate:

1. Ein Atomsystem besitzt eine gewisse Mannigfaltigkeit von Zuständen, die „stationären Zustände", welchen im allgemeinen eine diskrete Reihe von Energiewerten entspricht, und welche eine eigentümliche Stabilität besitzen, die darin zum Ausdruck kommt, daß jede Änderung der Energie des Atoms in einer Überführung des Atoms von einem stationären Zustand zu einem anderen bestehen muß.

2. Die Möglichkeit von Emission oder Absorption von Strahlung seitens des Atoms ist gebunden an die Möglichkeit von Energieänderungen des Atoms, derart, daß die Frequenz der Strahlung mit der Energiedifferenz zwischen Anfangs- und Endzustand durch die formale Beziehung $h\nu = E_1 - E_2$ verbunden ist.

Diese Postulate, die sich einer Deutung mittels der klassischen Vorstellungen entziehen, scheinen eine geeignete Grundlage für die allgemeine Beschreibung der physikalischen und chemischen Eigenschaften der Elemente darzubieten. Im besonderen findet durch sie ein grundsätzlicher Zug der empirischen Gesetzmäßigkeit der Spektren eine unmittelbare Deutung. Dieser Zug, das RITZsche „Kombinationsprinzip der Spektrallinien", besagt, daß die Schwingungszahl jeder Linie in einem Spektrum dargestellt werden kann durch die Differenz zweier Terme aus einer Mannigfaltigkeit von Spektraltermen, die für das betreffende Element charakteristisch ist. Wir sehen nämlich, daß diese Terme identifiziert werden können mit den durch h dividierten Energiewerten der stationären Zustände des Atoms. Außerdem liefert diese Deutung des Ursprungs der Spektren eine unmittelbare Erklärung für den charakteristischen Unterschied zwischen Absorptions- und Emissionsspektren. Denn nach den Postulaten ist die Bedingung für selektive Absorption von Strahlung einer Schwingungszahl, die der Kombination zweier Terme entspricht, die, daß das Atom sich im Zustande kleinerer Energie befindet, während es sich bei Emission solcher Strahlung im Zustand größerer Energie befinden muß. Überhaupt ist die geschilderte Auffassung in engster Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen über die Anregung von Spektren. Besonders tritt dies hervor bei der Entdeckung von FRANCK und HERTZ, wonach bei Stößen zwischen freien Elektronen und Atomen eine Energieübertragung von Elektron auf Atom nur in Beträgen stattfinden kann, die eben gleich sind den aus den Spektraltermen berechneten Energiedifferenzen der stationären Zustände. Dabei wird im allgemeinen das Atom zugleich zum Ausstrahlen angeregt. Ebenso kann nach den Ausführungen von KLEIN und ROSSELAND das angeregte Atom durch Stoß seine Strahlungsfähigkeit verlieren, wobei das stoßende Elektron einen entsprechenden Energiezuwachs bekommt.

Quantentheorie der Strahlung.

Wie EINSTEIN gezeigt hat, bieten ferner die Postulate eine geeignete Grundlage dar für eine konsequente Behandlung statistischer Probleme, besonders für eine äußerst durchsichtige Herleitung der PLANCKschen Wärmestrahlungsformel. Bei dieser Theorie wird angenommen, daß ein Atom, das einen Übergangsprozeß zwischen 2 stationären Zuständen ausführen kann und sich im oberen Zustand befindet, eine gewisse nur vom Atom abhängige „Wahrscheinlichkeit" besitzt, innerhalb eines gegebenen Zeitintervalls spontan in den unteren Zustand überzugehen. Weiter wird angenommen, daß eine äußere Bestrahlung mit der dem Übergang entsprechenden Schwingungszahl im Atom eine der Intensität der Strahlung proportionale Wahrscheinlichkeit hervorruft, vom unteren Zustand zum oberen zu gehen. Auch ist ein wesentlicher Zug der Theorie, daß die Bestrahlung mit dieser Frequenz dem Atom im oberen Zustand außer der spontanen noch eine induzierte Wahrscheinlichkeit erteilt, nach unten zu gehen. Gleichzeitig damit, daß die EINSTEINsche Wärmestrahlungstheorie eine Stütze für die Postulate bietet, wird durch sie der formale Charakter der Frequenzbedingung besonders unterstrichen. Aus den Forderungen des vollständigen Wärmegleichgewichts

folgert EINSTEIN nämlich, daß jeder Absorptions- und Emissionsprozeß einen Umsatz von Bewegungsgröße mit sich führt vom Betrag $h\nu/c$, wo c die Lichtgeschwindigkeit ist; genau so, wie es der Vorstellung von Lichtquanten entsprechen würde. Die Bedeutung dieses Schlusses ist in überaus interessanter Weise betont worden durch die Entdeckung von COMPTON, daß die Streuung homogener Röntgenstrahlen mit einer von der Beobachtungsrichtung abhängigen Änderung der Schwingungszahlen in der gestreuten Strahlung begleitet ist. Eine solche Frequenzänderung folgt einfach aus der Lichtquantentheorie, wenn man bei der Änderung der Fortpflanzungsrichtung des Quants sowohl die Erhaltung von Impuls wie Energie in Rechnung setzt.

Um den sich immer verschärfenden Gegensatz zwischen der Wellentheorie des Lichtes, die für die Beschreibung der optischen Phänomene scheinbar unentbehrlich ist, und der Lichtquantentheorie, die so viele wesentliche Züge der Wechselwirkung zwischen Licht und Stoff zwanglos wiedergibt, zu beheben, konnte man zu der Vermutung geneigt sein, daß das Versagen der klassischen Theorien sich sogar auf die Gültigkeit der Erhaltungssätze der Bewegungsgröße und der Energie erstreckte. Diesen Gesetzen, welche in der klassischen Theorie eine so zentrale Stelle einnehmen, dürfte so bei der Beschreibung atomarer Prozesse nur eine statistische Gültigkeit zukommen. Daß diese Vermutung keinen befriedigenden Ausweg darstellt, folgt aber aus Versuchen über die Streuung von Röntgenstrahlen, die neuerdings angestellt worden sind, mittels der schönen Methoden, die eine direkte Beobachtung der Einzelprozesse erlauben. So haben GEIGER und BOTHE zeigen können, daß die Rückstoß- und Photoelektronen, die die Entstehung und Absorption der Streustrahlung begleiten, in Paaren zusammengekoppelt sind, in einer Weise, die durchaus dem Bild der Lichtquantentheorie entspricht. Mittels der Methode der WILSONschen Nebelkammer ist es ferner COMPTON und SIMON gelungen, außer dieser Paarung auch den von der Lichtquantentheorie verlangten Zusammenhang der Richtung, in welcher die Wirkung der Streustrahlung beobachtet wird und der Geschwindigkeitsrichtung der die Streuung begleitenden Rückstoßelektronen nachzuweisen. Aus diesen Ergebnissen darf man wohl entnehmen, daß es bei dem allgemeinen Problem der Quantentheorie sich nicht um eine auf Grundlage der gewöhnlichen physikalischen Begriffe beschreibbare Abänderung der mechanischen und elektrodynamischen Theorien handelt, sondern um ein tiefgehendes Versagen der raumzeitlichen Bilder, mittels welcher man bisher die Naturerscheinungen zu beschreiben versuchte. Dieses Versagen kommt auch deutlich zutage bei näherer Betrachtung der Stoßerscheinungen. Besonders für Stöße, bei denen die Stoßdauer kurz ist gegenüber den Perioden der Eigenschwingungen der Atome, und für die nach den gewöhnlichen mechanischen Vorstellungen besonders einfache Resultate zu erwarten wären, sieht man ein, daß das Postulat der stationären Zustände unvereinbar ist mit jeglicher raumzeitlicher Beschreibung des Stoßvorganges, die sich auf unsere Vorstellungen des Atombaus stützt[1]).

Das Korrespondenzprinzip.

Ungeachtet dieses Sachverhaltes hat es sich jedoch als möglich erwiesen, mechanische Bilder der stationären Zustände zu konstruieren, die auf der Vorstellung des Kernatoms beruhen, und die bei der Deutung der spezifischen Eigenschaften der Elemente von erheblichem Nutzen gewesen sind. Im einfachsten Fall von einem Atom mit nur einem Elektron wie das neutrale Wasserstoffatom würde nach der klassischen Mechanik die Bahn des Elektrons den KEPLERschen Gesetzen entsprechend eine geschlossene Ellipse sein, deren große Achse und Umlaufszahl in einfacher Weise mit der zur völligen Trennung der Atomteilchen notwendigen Arbeit zusammenhängen. Indem nun die Spektralterme des Wasserstoffspektrums als eben für diese Arbeit maßgebend angesehen werden, erblicken wir in diesem Spektrum Zeugnis von einem stufenweisen Prozeß, bei dem das Elektron unter Ausstrahlung allmählich fester gebunden wird, in Zuständen die durch Bahnen mit immer kleineren Dimensionen veranschaulicht sind. Wenn das Elektron möglichst fest gebunden ist und das Atom daher keine weitere Strahlung aussenden kann, ist der Normalzustand des Atoms erreicht. Die Bahndimensionen, die aus den Spektraltermen geschätzt werden, nehmen für diesen Zustand Werte an, die von derselben Größenordnung sind wie die aus den mechanischen Eigenschaften der Elemente ermittelten Atomdimensionen. Dem Wesen der Postulate nach sind jedoch die Merkmale der mechanischen Bilder wie Umlaufszahl und Gestalt der Elektronenbahn der direkten Beobachtung nicht zugänglich. Besonders der Umstand, daß vom Normalzustand keine Strahlung stattfindet, obwohl dem Elektron auch in diesem Zustand eine Bewegung zugeschrieben wird, steht in so schroffem Gegensatz zu den Forderungen der elektromagnetischen Theorie, daß der symbolische Charakter jener Bilder wohl nicht stärker unterstrichen werden könnte.

Nichtsdestoweniger ist die betreffende Veranschaulichung der stationären Zustände durch mechanische Bilder dazu geeignet gewesen, eine tiefliegende Analogie zwischen der Quantentheorie und der klassischen Theorie zutage zu bringen. Dieser Analogie kam man auf die Spur durch eine Untersuchung der Verhältnisse im Anfang des beschriebenen Bindungsprozesses, wo die den aufeinanderfolgenden stationären Zuständen zugeordneten Bewegungen verhältnismäßig wenig voneinander abweichen. Hier zeigte es sich nämlich

[1]) Für eine nähere Diskussion dieser Probleme wird auf eine kürzlich erschienene Abhandlung des Verfassers (Zeitschr. f. Phys. **34**, 142. 1925) verwiesen; vgl. besonders die Nachschrift.

möglich, eine asymptotische Übereinstimmung zwischen Spektrum und Bewegung nachzuweisen. Diese Übereinstimmung stellt eine quantitative Beziehung her, durch welche die Konstante der Balmerformel des Wasserstoffspektrums mittels der PLANCKschen Konstante und den Werten der Ladung und Masse des Elektrons ausgedrückt wird. Die weitgehende Gültigkeit jener Beziehung wurde durch die nachfolgende Prüfung der Voraussagen der Theorie betreffs der Abhängigkeit des Spektrums von der Kernladung bestätigt. Das letztere Resultat kann als der erste Schritt zur Erfüllung eines Programmes angesehen werden, das durch den Begriff des Kernatoms veranlaßt ist, nämlich die Beziehungen zwischen den Eigenschaften der Elemente allein mit Hilfe der ganzen Zahl zu erklären, die die Anzahl der Elementarladungen des Kerns angibt, der sogenannten „Ordnungszahl".

Die Feststellung der asymptotischen Übereinstimmung zwischen Spektrum und Bewegung gab Anlaß zur Aufstellung des „Korrespondenzprinzips", nach welchem die Möglichkeit jedes durch Ausstrahlung veranlaßten Überführungsprozesses durch das Vorhandensein einer entsprechenden harmonischen Komponente in der Bewegung des Atoms bedingt wird. Nicht nur stimmt dabei die Schwingungszahl der korrespondierenden harmonischen Komponente mit der nach der Frequenzbedingung ermittelten Schwingungszahl asymptotisch überein in der Grenze, wo die Energiewerte der stationären Zustände sich zusammenhäufen, sondern die Amplituden der mechanischen Schwingungskomponenten geben in dieser Grenze auch ein asymptotisches Maß für die Wahrscheinlichkeit der Überführungsprozesse, von der die Intensität der beobachtbaren Spektrallinien abhängt. Das Korrespondenzprinzip ist ein Ausdruck für die Bestrebung, ungeachtet des grundsätzlichen Gegensatzes zwischen den Postulaten der Quantentheorie und den klassischen Theorien, jeden Zug dieser Theorien bei dem Ausbau der Quantentheorie in sinngemäßer Umdeutung zu verwerten.

Die Quantisierungsregeln.

Die Entwicklung wurde wesentlich dadurch gefördert, daß es möglich schien, gewisse allgemeine Gesetze, die „Quantisierungsregeln" anzugeben, mittels derer die den stationären Zuständen eines Atoms zugeordneten mechanischen Bewegungen aus der kontinuierlichen Mannigfaltigkeit solcher Bewegungen auszuwählen wären. Diese Regeln beziehen sich auf Atomsysteme, für welche die Lösung der mechanischen Bewegungsgleichungen einfach- oder mehrfach-periodischen Charakter besitzen, d. h. für die die Bewegung jedes Teilchens sich als eine Überlagerung diskreter harmonischer Schwingungen darstellen läßt. Die Quantisierungsregeln, die als sinngemäße Verallgemeinerungen des ursprünglichen PLANCKschen Ansatzes für die möglichen Energiewerte eines harmonischen Oszillators angesehen wurden, besagen, daß gewisse Wirkungskomponenten, die die Lösung der mechanischen Bewegungsgleichungen kennzeichnen, ganzzahligen Multiplen der PLANCKschen Konstante gleichgesetzt werden sollen. Mittels dieser Regeln wird eine Klassifikation der Mannigfaltigkeit von stationären Zuständen erreicht, in welcher jedem Zustand eine Anzahl ganzer Zahlen, die „Quantenzahlen", zugeordnet ist. Diese Anzahl ist dem Periodizitätsgrad der mechanischen Bewegung gleich. Bei der Formulierung der Quantisierungsregeln ist die moderne Entwicklung der mathematischen Behandlung mechanischer Probleme von ausschlaggebender Bedeutung gewesen. Wir erinnern nur an die besonders von SOMMERFELD herangezogene Theorie der Phasenintegrale, sowie die von EHRENFEST betonte Eigenschaft der adiabatischen Invarianz dieser Integrale. Die Theorie fand eine allgemeine und überaus elegante Darstellung durch Einführung der auf STÄCKEL zurückgehenden Uniformisierungsvariabeln. In dieser Darstellung treten die für die Periodizitätseigenschaften der mechanischen Lösung maßgebenden Grundfrequenzen auf als die partiellen Differentialquotienten der Energie in bezug auf die zu quantisierenden Wirkungskomponenten, woraus unmittelbar folgt, daß die von dem Korrespondenzprinzip geforderte asymptotische Verbindung zwischen der Bewegung und dem nach der Frequenzbedingung berechneten Spektrum erfüllt ist.

Mittels der Quantisierungsregeln bekamen viele feinere Einzelheiten der Spektren scheinbar eine sinngemäße Deutung. Von besonderem Interesse war SOMMERFELDS Nachweis, daß die Rücksichtnahme auf die kleinen Abweichungen von einer Keplerbewegung, welche der von der Relativitätstheorie geforderten Modifikation der NEWTONschen Mechanik entsprechen würden, eine Erklärung der Feinstruktur der Wasserstofflinien darbot. Weiter möchten wir hier an die von EPSTEIN und von SCHWARZSCHILD gegebene Erklärung der von STARK entdeckten Aufspaltung der Wasserstofflinien unter Einfluß eines äußeren elektrischen Feldes erinnern. Es handelt sich hier um ein mechanisches Problem, das in den Händen von Mathematikern wie EULER und LEGENDRE eine immer verfeinerte Behandlung erhielt, bis JACOBI seine berühmte elegante Lösung mittels der HAMILTONschen partiellen Differentialgleichung angab. Besonders nach der Heranziehung des Korrespondenzprinzips — wodurch nicht nur die Polarisation, sondern, wie KRAMERS zeigen konnte, auch die eigentümliche Intensitätsverteilung der Komponenten des Starkeffektes eine Deutung erhielt — können wir sagen, daß in diesem Effekte jeder Zug der JACOBIschen Lösung wiederzuerkennen ist, obwohl in quantentheoretischer Verkleidung. In dieser Verbindung ist es auch von Interesse zu erwähnen, daß mit Hilfe des Korrespondenzprinzips eine Behandlung des Problems der Wirkung eines magnetischen Feldes auf das Wasser-

stoffatom erzielt werden konnte, die eine weitgehende Ähnlichkeit aufweist mit der auf LORENTZ zurückgehenden Deutung des Zeemaneffektes mit Hilfe der klassischen Elektrodynamik, besonders in der von LARMOR gegebenen Form.

Stabilität des Atombaus.

Während die zuletzt genannten Probleme direkte Anwendungen der Quantisierungsregeln für Periodizitätssysteme darbieten, treffen wir beim Problem des Baus von Atomen mit mehreren Elektronen Fälle, wo die allgemeine Lösung des mechanischen Problems nicht die Periodizitätseigenschaften besitzt, die für eine Veranschaulichung der stationären Zustände mittels mechanischer Bilder erforderlich scheinen. Es liegt aber nahe, die noch engere Begrenzung der Anwendbarkeit mechanischer Bilder bei dem Studium der Eigenschaften von Atomen mit mehreren Elektronen, verglichen mit Atomen, die nur ein Elektron enthalten, in direkte Verbindung mit dem Postulat der Stabilität der stationären Zustände zu bringen. Denn das Wechselspiel der Elektronen im Atom führt uns ein Problem vor Augen, das durchaus dem Problem des Zusammenstoßes eines Atoms mit einem freien Elektron analog ist. Ebenso, wie für die Stabilität des Atoms beim Stoß keine mechanische Begründung gegeben werden kann, müssen wir annehmen, daß schon bei der Frage der Beschreibung der stationären Zustände des Atoms die besondere Rolle, die jedes Elektron im Wechselspiel mit den anderen Elektronen spielt, in durchaus unmechanischer Weise gesichert ist.

Diese Auffassung ist in allgemeiner Übereinstimmung mit den spektroskopischen Beobachtungen. Ein wichtiger Zug derselben ist der RYDBERGsche Befund, daß trotz des mehr verwickelten Baus der Spektren anderer Elemente verglichen mit dem des Wasserstoffs, dieselbe Konstante wie in der BALMERschen Formel in den empirischen Formeln der Serienspektren aller Elemente auftritt. Dieser Befund wird einfach dadurch gedeutet, daß wir in den Serienspektren stufenweise Prozesse erblicken, bei denen ein Elektron an das Atom angelagert und unter Ausstrahlung fester und fester gebunden wird. Während die Bindungsart der übrigen Elektronen unverändert bleibt, wird die Bindung dieses Elektrons durch Bahnen veranschaulicht, welche zuerst, verglichen mit gewöhnlichen Atomdimensionen, groß sind, und die kleiner und kleiner werden, bis der Normalzustand des Atoms erreicht ist. In dem Falle, wo das Atomion, von dem das Elektron eingefangen wird, eine einfache Ladung trägt, sehen wir ein, daß nach diesem Bilde die Anziehung, der das Elektron im Anfang des Prozesses ausgesetzt ist, nahe mit den Anziehungskräften der Teilchen im Wasserstoffatom zusammenfällt. Wir verstehen daher, daß die Spektralterme, die für die Bindungsstärke maßgebend sind, eine asymptotische Übereinstimmung mit den Wasserstofftermen zeigen. Durch eine entsprechende Überlegung bekommt man ein unmittelbares Verständnis der besonders durch die Arbeiten FOWLERS und PASCHENS klargelegten allgemeinen Abhängigkeit eines Serienspektrums von dem Ladungszustand des emittierenden Atoms. Ein charakteristischer Beleg für die Art, in welcher die Elektronen im Atom gebunden sind, wird auch durch das Studium der Röntgenspektren geliefert. Einerseits ist die grundlegende Entdeckung MOSELEYS der auffallenden Ähnlichkeit der Röntgenspektren der Elemente mit dem Spektrum, das der Bindung eines einzelnen Elektrons an den Kern entspricht, einfach zu deuten, wenn man beachtet, daß im Innern der Atome der Einfluß des Kerns auf die Bindungsart jedes einzelnen Elektrons im Vergleich zu der gegenseitigen Beeinflussung der Elektronen überwiegend ist. Andererseits zeigen die Röntgenspektren gewisse charakteristische Unterschiede gegenüber den Serienspektren. Diese rühren davon her, daß wir in den ersteren nicht die Hinzufügung eines weiteren Elektrons zum Atom vor uns haben, sondern die Reorganisierung der Bindungsweise der übrigen Elektronen bei Entfernung eines von ihnen. Diesen Umstand, der besonders von KOSSEL hervorgehoben wurde, war geeignet, eine Reihe neuer Züge der Stabilität der Atome ans Licht zu bringen.

Feinere Analyse der Spektren.

Für eine Deutung der feineren Einzelheiten der Spektra ist natürlich ein näheres Studium der Wechselwirkung der Elektronen erforderlich. Ein Angriff auf dies Problem wurde gemacht, indem man, von einer strengen Anwendung der Mechanik absehend, jedem Elektron eine Bewegung von solchen Periodizitätseigenschaften zuschrieb, daß eine Klassifizierung der Spektralterme mittels Quantenzahlen möglich wurde. Besonders in den Händen von SOMMERFELD fand eine Anzahl von Gesetzmäßigkeiten auf diese Weise eine einfache Deutung. Derartige Betrachtungen boten auch ein fruchtbares Anwendungsgebiet für das Korrespondenzprinzip. In der Tat gab dieses Verständnis für die merkwürdigen Beschränkungen der Kombinationsmöglichkeiten der Spektralterme die „Auswahlregeln" der Spektrallinien. Neuerdings ist es dann auch möglich geworden, aus dem Beobachtungsmaterial der Serien- sowie der Röntgenspektren Schlüsse über die Anordnung der Elektronen im Normalzustande des Atoms zu ziehen, welche eine Deutung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten des periodischen Systems der Elemente zulassen, die den Vorstellungen von der chemischen Wirksamkeit der Atome entspricht, so wie sie besonders von J. J. THOMSON, KOSSEL und G. N. LEWIS entwickelt worden sind. Der Fortschritt auf diesem Gebiet ging Hand in Hand mit der großen Bereicherung des spektroskopischen Materials während der letzten Jahre. Durch die Untersuchungen von LYMAN und MILLIKAN ist die Lücke beinahe überbrückt worden zwischen den optischen Spektren und dem Gebiet der Röntgenstrahlen, wo eben in diesen Jahren durch SIEGBAHN

und seine Mitarbeiter so große Fortschritte erzielt worden sind. In dieser Verbindung sollten die Arbeiten von COSTER über die Röntgenspektren schwerer Elemente erwähnt werden, durch die eine schöne Stütze für die Deutung wesentlicher Züge des periodischen Systems geliefert wurde.

Die Analyse des feineren Baus der Spektren sollte jedoch eine Anzahl von Einzelheiten zutage bringen, die sich mit Hilfe mechanischer Bilder auf Grund der Quantisierungsregeln für Periodizitätssysteme nicht deuten ließen. Wir denken hier besonders an die Multiplettstruktur der Spektrallinien und die Wirkungen magnetischer Felder auf diese Strukturen. Diese letzteren Wirkungen, die man allgemein als anomale Zeemaneffekte bezeichnet, und die, wie früher erwähnt, schon der klassischen Theorie Schwierigkeiten bereiteten, fügten sich zwar ungezwungen in das Schema der Grundpostulate der Quantentheorie ein, indem, wie LANDÉ zeigte, die Aufspaltungskomponenten der Linien als Kombinationen der vom Magnetfelde zerlegten Spektralterme dargestellt werden können. Die schönen Versuche von STERN und GERLACH, wodurch eine unmittelbare Verbindung nachgewiesen wurde zwischen der Kraft, die an einem Atom im inhomogenen magnetischen Felde angreift, und den aus den zerlegten Spektraltermem berechneten Energiewerten der stationären Zustände im Felde, dürften sogar als eine Hauptstütze der Grundvorstellungen der Quantentheorie anzusehen sein. LANDÉs Analyse der Aufspaltungsterme sollte aber zugleich eine grundsätzliche Verschiedenheit zwischen dem Wechselspiel der Elektronen im Atom und der Koppelung von mechanischen Systemen offenbaren. Diese Sachlage konnte so ausgedrückt werden, daß das Wechselspiel der Elektronen einen mechanisch unbeschreibbaren „Zwang" enthielt, der eine eindeutige Zuordnung von Quantenzahlen in Anlehnung an die Quantisierungsregeln für Periodizitätssysteme ausschließt[1]). Für die Diskussion war eine von EHRENFEST hergeleitete allgemeine Bedingung der thermodynamischen Stabilität wesentlich, die, auf die Postulate der Quantentheorie angewandt, besagt, daß das einem stationären Zustand zugeteilte statistische Gewicht eine Größe ist, die durch eine kontinuierliche Transformation des Atomsystems nicht geändert wird. Übrigens führte diese Bedingung, wie unlängst erkannt wurde, schon bei Atomen mit nur einem Elektron zu Schwierigkeiten, die auf eine Begrenzung der Gültigkeit der Theorie der Periodizitätssysteme hinwiesen. Das Problem der Bewegung von Punktladungen enthält nämlich unter seinen Lösungen auch singuläre, die aus der Mannigfaltigkeit der stationären Zustände ausgeschlossen werden mußten. Dieser Ausschluß begrenzte die Quantisierungsregeln künstlich, aber diese Begrenzung war zunächst nicht im offenbaren Widerspruch mit dem experimentellen Material. Schwierigkeiten von besonders ernster Natur wurden jedoch ans Licht gebracht durch die interessante Analyse von KLEIN[1]) und LENZ[2]) über das Problem des Wasserstoffatoms in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern. Hier war es unmöglich, EHRENFESTS Bedingung zu befriedigen, da eine geeignete Veränderung der äußeren Kräfte Bahnen, die nicht immer aus der Mannigfaltigkeit der stationären Zustände ausgeschlossen werden konnten, in Bahnen transformierte, bei denen das Elektron in den Kern fällt.

Ungeachtet der oben erwähnten Schwierigkeiten sollte die Analyse der feineren Einzelheiten der Spektren die quantentheoretische Deutung der Gesetze der Verwandtschaft der Elemente wesentlich fördern. So haben DAUVILLIER[3]), MAIN SMITH[4]) und STONER[5]) eine nähere Ausführung der Ideen betreffend die Anordnung der Elektronen in Untergruppen, zu welcher die Quantentheorie geführt hat, vorgeschlagen auf Grund einer Reihe von Tatsachen verschiedener Art. Trotz ihrer formalen Natur zeigen diese Betrachtungen eine enge Verbindung mit den spektralen Gesetzmäßigkeiten, die durch die LANDÉsche Analyse aufgedeckt wurden. Auf diesem Weg sind neuerdings besonders von PAULI[6]) vielversprechende Resultate gewonnen worden. Obwohl die so erhaltenen Resultate einen wichtigen Schritt zur Erfüllung des erwähnten Programmes darstellen, die Eigenschaften der Elemente allein auf Grund der Ordnungszahl zu erklären, muß man jedoch bedenken, daß sie keine eindeutige Zuordnung zu mechanischen Bildern zulassen.

Quantentheorie der optischen Phänomene.

Ein neues Stadium in der Entwicklung der Quantentheorie ist in den letzten Jahren durch das nähere Studium der optischen Phänomene eingeleitet worden. Während, wie genannt, die klassische Theorie auf diesem Gebiete so große Erfolge aufweisen konnte, gaben die Postulate zunächst keinen direkten Anhaltspunkt. Aus der Erfahrung konnte man zwar schließen, daß ein Atom bei Bestrahlung eine Streuung des Lichtes verur-

[1]) Vgl. einen Artikel des Verfassers, Ann. d. Phys. **71**, 228. 1923, wo man einen allgemeinen Überblick über die Resultate findet, die durch die Versuche, die Spektrallinien der Elemente auf Grund mechanischer Bilder der stationären Zustände zu deuten, gewonnen worden sind. Da in diesem Artikel nähere Hinweise auf die frühere Literatur zu finden sind, beschränken wir uns hier darauf, Arbeiten zu zitieren, die seitdem erschienen sind.

[1]) O. KLEIN, Zeitschr. f. Phys. **22**, 109. 1924.
[2]) W. LENZ, Zeitschr. f. Phys. **24**, 147. 1924.
[3]) A. DAUVILLIER, C. R. **177**, 476. 1924.
[4]) J. D. MAIN SMITH, Journ. of chem. ind. **43**, 323. 1924.
[5]) E. C. STONER, Philosoph. mag. **48**, 719. 1924.
[6]) W. PAULI jr., Zeitschr. f. Phys. **31**, 765. 1925. Siehe auch H. N. RUSSELL und F. A. SAUNDERS, Astrophys. journ. **61**, 38. 1925; S. GOUDSMIT, Zeitschr. f. Phys. **32**, 794. 1925; W. HEISENBERG, Zeitschr. f. Phys. **32**, 841. 1925; F. HUND, Zeitschr. f. Phys. **33**, 345; **34**, 296. 1925.

sacht, die wesentlich analog ist zu der klassisch berechneten Streuung von elastisch gebundenen elektrischen Teilchen, deren Eigenfrequenzen mit den Frequenzen übereinstimmen, die den Übergangsmöglichkeiten des Atoms bei Bestrahlung entsprechen. Solche harmonische Oszillatoren würden ja, wenn angeregt, nach der klassischen Theorie auch Strahlung von ebenderselben Beschaffenheit emittieren wie die auf höhere stationäre Zustände überführten Atome. Die Möglichkeit, mittels dieser Vorstellung von Oszillatoren, die den Übergängen zugeordnet sind, eine einheitliche Beschreibung der optischen Phänomene zu gewinnen, wurde wesentlich gefördert durch einen Gedanken von SLATER[1]), nach welchem die Ausstrahlung eines angeregten Atoms ebensosehr als der Grund der spontanen Übergänge angesehen werden kann, wie die Ursache der induzierten Übergänge in der auffallenden Strahlung zu suchen ist. Ein erster wichtiger Schritt zu einer quantitativen Beschreibung war schon früher von LADENBURG getan, der eine bestimmte Verbindung zwischen den Streuvermögen der Oszillatoren und den in der EINSTEINschen Theorie vorkommenden Übergangswahrscheinlichkeiten vorschlug. Einen entscheidenden Fortschritt erzielte hier KRAMERS[2]) durch eine geistvolle korrespondenzmäßige Umdeutung der Wirkungen, die nach der klassischen Theorie Bestrahlung mit Lichtwellen in einem elektrodynamischen System hervorbringt. Analog zu der Weise, wie die Strahlungsfrequenzen nach der klassischen Theorie einerseits und nach den Postulaten der Quantentheorie andererseits berechnet werden, ist es für diese Umdeutung charakteristisch, daß Differentialquotienten in den klassischen Formeln durch Differenzen ersetzt werden, und zwar so, daß die Endformeln als Relationen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen erscheinen. So wird in KRAMERS' Theorie die Streuwirkung eines Atoms in einem gegebenen stationären Zustand in quantitativen Zusammenhang gebracht mit den Frequenzen, die den möglichen Überführungsprozessen nach anderen stationären Zuständen entsprechen, sowie mit den Wahrscheinlichkeiten, die für das Auftreten dieser Übergänge durch Bestrahlung charakteristisch sind. Es ist ein wesentlicher Zug der Theorie, daß bei der Berechnung der anomalen Dispersion in der Nähe einer Spektrallinie mit zweierlei entgegengesetzten Resonanzwirkungen zu rechnen ist, je nachdem diese Spektrallinie einem Übergang des Atoms zu einem Zustand größerer oder kleinerer Energie zugehört. Nur die erste von diesen entspricht den Resonanzwirkungen, die bisher in Anlehnung an die klassische Theorie für die Deutung der Dispersion herangezogen waren. Es ist auch besonders interessant, daß die weitere Ausbildung der Theorie durch KRAMERS und HEISENBERG[1]) eine sinngemäße quantitative Beschreibung von hinzukommenden Streuwirkungen mit abgeänderter Frequenz ergibt, deren Existenz von SMEKAL[2]) vorhergesagt war durch Betrachtungen, anschließend an die Lichtquantentheorie, deren Fruchtbarkeit sich auch hier bewährt hat.

Während diese Beschreibung der optischen Phänomene dem Sinn der Quantentheorie durchaus entsprach, zeigte sich aber bald, daß sie in einem eigentümlichen Widerspruch stand zu dem Gebrauch von mechanischen Bildern, der bisher bei der Analyse der stationären Zustände gemacht wurde. Einerseits ließ sich nach der von der Dispersionstheorie verlangten Streuwirkung der Atome bei Bestrahlung keine asymptotische Verbindung herstellen zwischen der Reaktion eines Atoms in Wechselfeldern immer kleinerer Schwingungszahlen und der Reaktion gegenüber konstanten Feldern, so wie sie aus den Quantisierungsregeln der Theorie der Periodizitätssysteme berechnet werden konnte. Diese Schwierigkeit war geeignet, den Zweifel an der strengen Gültigkeit dieser Theorie zu bestärken, zu dem, wie schon erwähnt, das Problem des Wasserstoffatoms in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern geführt hatte. Andererseits mußte es als besonders unbefriedigend angesehen werden, daß die Theorie der Periodizitätssysteme dem Problem der quantitativen Bestimmung der Übergangswahrscheinlichkeiten auf Grundlage der mechanischen Bilder der stationären Zustände scheinbar hilflos gegenüberstand. Dies mußte um so mehr gefühlt werden, als es mit Hilfe von Gesichtspunkten, die durch die Analyse des optischen Verhaltens elektrodynamischer Modelle nahegelegt war, in mehreren Fällen gelang, quantitative Verschärfungen der allgemeinen Aussagen des Korrespondenzprinzips bezüglich dieser Übergangswahrscheinlichkeiten zu erreichen[3]). Einerseits wurde dadurch eine Deutung der wichtigen Gesetzmäßigkeiten über die Intensitätsverteilung in Multiplettstrukturen erzielt, die sich in den letzten Jahren aus den besonders in Utrecht ausgeführten Messungen ergeben hatten. Andererseits konnte die erwähnte Verschärfung des Korrespondenzprinzips sich nur gezwungen in ein Schema einfügen lassen, das die Quantisierungsregeln für Periodizitätssysteme mit umfassen sollte.

---

[1]) J. C. SLATER, Nature **113**, 307. 1924; siehe auch N. BOHR, H. A. KRAMERS und J. C. SLATER, Zeitschr. f. Phys. **24**, 69. 1924.

[2]) H. A KRAMERS, Nature **113**, 673; **114**, 310, 1924.

[1]) H. A. KRAMERS und W. HEISENBERG, Zeitschr. f. Phys. **31**, 681. 1925.

[2]) A. SMEKAL, Naturwissenschaften **11**, 873. 1923.

[3]) H. C. BURGER und H. B. DORGELO, Zeitschr. f. Phys. **23**, 258. 1924; L. S. ORNSTEIN und H. C. BURGER, Zeitschr. f. Phys. **24**, 41; **28**, 135; **29**, 241. 1924; W. HEISENBERG, Zeitschr. f. Phys. **31**, 617. 1925; S. GOUDSMIT und R. DE L. KRONIG, Naturwissenschaften **13**, 90. 1925; H. HÖNL, Zeitschr. f. Phys. **31**, 340. 1925; R. DE L. KRONIG, Zeitschr. f. Phys. **31**, 885; **33**, 261. 1925; A. SOMMERFELD und H. HÖNL, Ber. d. Berlin. Akad. **141**. 1925; H. N. RUSSELL, Nature **115**, 835. 1925.

Versuch einer rationellen Quantenmechanik.

In allerletzter Zeit hat nun HEISENBERG[1]), der die eben genannten Schwierigkeiten besonders betont hat, einen Schritt von voraussichtlich außerordentlicher Tragweite gemacht, indem er den Problemen der Quantentheorie eine neuartige Formulierung gegeben hat, wodurch die der Benützung mechanischer Bilder anhaftenden Schwierigkeiten hoffentlich umgangen werden können. In dieser Theorie wird der Versuch gemacht, jedem Gebrauch der mechanischen Begriffe eine dem Sinn der Quantentheorie angemessene Umdeutung zu geben, und zwar in solcher Weise, daß auf jeder Stufe der Berechnung nur beobachtbare Größen eingehen. Im Gegensatz zur gewöhnlichen Mechanik handelt es sich nicht um eine raumzeitliche Beschreibung von Bewegungen der Atomteilchen, sondern die neue „Quantenmechanik" operiert mit Mannigfaltigkeiten von Größen, welche die harmonischen Komponenten der Bewegung ersetzen, und welche, dem Korrespondenzprinzip entsprechend, die Übergangsmöglichkeiten zwischen den stationären Zuständen symbolisieren. Diese Größen genügen gewissen Relationen, die die mechanischen Bewegungsgleichungen sowie die Quantisierungsregeln ersetzen. Daß ein solches Verfahren wirklich eine der klassischen Mechanik genügend analoge in sich zusammenhängende Theorie gibt, beruht wesentlich darauf, daß, wie BORN und JORDAN[2]) nachweisen konnten, in der HEISENBERGschen Quantenmechanik ein dem Energiesatz der klassischen Theorie analoger Erhaltungssatz existiert. Die Theorie ist so aufgebaut, daß sie den Postulaten der Quantentheorie automatisch gerecht wird. Im besonderen ist die Frequenzbedingung durch die Energie- und Frequenzwerte erfüllt, die aus den mechanischen Bewegungsgleichungen erhalten werden. Obgleich die fundamentalen Beziehungen, die an Stelle der Quantenregeln treten, PLANCKS Konstante enthalten, erscheinen Quantenzahlen nicht explizit in diesen Beziehungen. Die Klassifikation der stationären Zustände ist einzig und allein auf eine Betrachtung der Übergangsmöglichkeiten begründet, die es erlaubt, die Mannigfaltigkeit der stationären Zustände Schritt für Schritt aufzubauen. Zusammenfassend dürfte die ganze Formulierung der Quantenmechanik als eine Präzisierung des Inhalts des Korrespondenzprinzips bezeichnet werden. In dieser Verbindung ist zu erwähnen, daß die Theorie den Ansätzen der KRAMERSschen Dispersionstheorie genügt.

Wegen der mathematischen Schwierigkeiten ist es noch nicht möglich gewesen, HEISENBERGS Theorie auf die offenen Fragen der Atomstruktur anzuwenden. Aus der obigen kurzen Beschreibung wird man jedoch einsehen, daß eine Anzahl von Resultaten, die, wie die Deutung der RYDBERGschen Konstante, früher mittels Korrespondenzbetrachtungen in Anlehnung an mechanische Bilder errungen waren, ihre Gültigkeit behalten[1]). Es ist aber von größtem Interesse, daß schon in den einfachen Fällen, wo auf Grund der HEISENBERGschen Theorie bisher eine Behandlung durchgeführt werden konnte, die neue Theorie außer einer quantitativen Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten zu Energiewerten für die stationären Zustände führt, die systematisch abweichen von denen, welche nach den Quantisierungsregeln der älteren Theorie folgen würden. Man darf daher hoffen, daß HEISENBERGS Theorie dazu geeignet sein wird, die Schwierigkeiten zu überwinden, auf die man, wie erwähnt, bei der Deutung der feineren Einzelheiten der Spektren gestoßen war.

An früherer Stelle wurde auf die fundamentalen Schwierigkeiten hingewiesen, die der Benutzung von Bildern für die Wechselwirkung zwischen Atomen durch Strahlung oder Stöße innezuwohnen scheinen. Diese Schwierigkeiten scheinen gerade jenes Absehen von mechanischen Modellen in Raum und Zeit zu verlangen, das so charakteristisch für die neue Quantenmechanik ist. Bis jetzt jedoch gibt die Formulierung dieser Quantenmechanik noch nicht die Kopplung der Übergangsprozesse in Paaren wieder, die sich in jenen Wechselwirkungen zeigt. Vielmehr gehen nur solche Größen, die auf der Existenz der stationären Zustände und der Möglichkeit der Übergänge zwischen ihnen beruhen, in die Theorie ein, welche ausdrücklich jede Erwähnung der Zeiten, zu denen Übergänge stattfinden, vermeidet. Diese Beschränkung, die typisch für den Angriff auf das Problem des Atombaues ist, welcher sich auf die Postulate der Quantentheorie gründet, läßt allerdings nur einige Seiten der Analogie zwischen Quantentheorie und klassischer Theorie ans Licht kommen. Diese Seiten umfassen besonders die Strahlungseigenschaften der Atome, und gerade hier bringt HEISENBERGS Theorie einen entscheidenden Fortschritt. Insbesondere erlaubt sie uns in den Streuungserscheinungen die Anwesenheit der Elektronen zu erkennen auf eine Weise, die den klassischen Theorien ganz analog ist[2]), welche, wie oben erwähnt, in den Händen von THOMSON eine Zählung der Elektronen im Atom auf Grund von Messungen über die Streuung von Röntgenstrahlen gestatteten. Die Probleme, die aus der Gültigkeit der Erhaltungssätze entspringen, hängen

[1]) W. HEISENBERG, Zeitschr. f. Phys. **33**, 879. 1925.

[2]) M. BORN und P. JORDAN, Zeitschr. f. Phys. Im Erscheinen. Für die Kenntnis dieser Arbeit bin ich den Verfassern zu Dank verpflichtet.

[1]) *Anmerkung bei der Korrektur.* Herr PAULI teilt mir freundlichst mit, daß es ihm gelungen ist, die BALMER-Formel des Wasserstoffspektrums sowie den Einfluß von elektrischen und magnetischen Feldern auf dieses Spektrum aus der neuen Theorie abzuleiten. Dies ist ein sehr wichtiges Resultat, da PAULIS Analyse zeigt, wie die neue Theorie die Schwierigkeiten vermeidet, die in der älteren Beschreibung infolge des notwendigen Ausschlusses von stationären Zuständen, entsprechend singulären Lösungen der Elektronenbewegung, auftraten.

[2]) H. A. KRAMERS, Physica, Dez. 1925.

jedoch mit ganz anderen Seiten der Korrespondenz zwischen der Quantentheorie und der klassischen Theorie zusammen. Diese sind ebenfalls wichtig in einer allgemeinen Formulierung der Quantentheorie, und es ist unmöglich, ihnen aus dem Wege zu gehen, wenn es sich um die Reaktion von Atomen auf schnellbewegte Teilchen handelt. Es ist ja gerade hier, daß die klassischen Theorien so wesentlich zu unserer Kenntnis vom Atombau beigetragen haben.

Es dürfte die Kreise der Mathematiker interessieren, daß die sinngemäße Formulierung der neuen Quantenmechanik wesentlich gefördert wird durch die mathematischen Hilfsmittel, die die höhere Algebra geschaffen hat. So beruhen die von BORN und JORDAN ausgeführten allgemeinen Beweise der Erhaltungssätze in der HEISENBERGschen Theorie auf einer Benützung der auf CAYLEY zurückgehenden und besonders von HERMITE entwickelten Theorie von quadratischen Formen mit unendlich vielen Elementen. Es hat den Anschein, daß ein neues Stadium in der am Anfang genannten gegenseitigen Befruchtung zwischen Mechanik und Mathematik eingeleitet ist. Für das Gefühl der Physiker wird es wohl zunächst bedauerlich vorkommen, daß wir bei den Atomfragen auf eine derartige Begrenzung unserer üblichen Anschauungsmittel gestoßen sind. Dieses Bedauern wird aber vor der Dankbarkeit weichen müssen, daß die Mathematik auch auf diesem Gebiet uns die Werkzeuge schenkt, um Wege zu weiteren Fortschritten zu bahnen.

Über die Entwicklung der Farbstoffchemie im letzten Jahrzehnt.

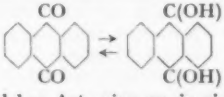
Von F. MAYER, Frankfurt a. M.

Der Zeitpunkt, an welchem sich eine der größten Industrien Deutschlands, die Interessengemeinschaft deutscher Farbenfabriken, zu einer einzigen Gesellschaft zusammenschließt, bietet willkommenen Anlaß, um die in dem letzten Jahrzehnt vollzogene wissenschaftliche Entwicklung der Farbstoffchemie einer Würdigung zu unterziehen.

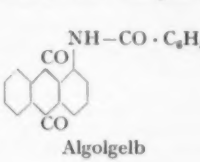
Auf der anderen Seite hat die Geschichte der deutschen Farbstoffindustrie einen eigenen kulturhistorischen Reiz, weil sie eng verknüpft ist mit der Entwicklung der organischen Chemie, und es wird einer späteren Zeit vorbehalten sein, aus den zerstreuten Quellen eine lebendige Darstellung entstehen zu lassen. Gerade in den letzten Jahren sind hier wieder höchst wertvolle Beiträge erschienen, welche auch weiteren Kreisen empfohlen werden können, so C. DUISBERG, Vorträge, Abhandlungen und Reden, B. LEPSIUS, Festschrift zur Feier des fünfzigjährigen Bestehens der deutschen chemischen Gesellschaft, eine gleiche zur Feier des fünfzigjährigen Bestehens der Firma L. Cassella und Co. in Frankfurt a. M., A. BERNTHSEN, Lebenserinnerungen und endlich A. v. WEINBERGS Nachruf auf PAUL FRIEDLÄNDER.

Die Bedeutung der Farbstoffchemie und Industrie ist allen Völkern am Ausgange eines kriegerischen Zeitabschnittes der Weltgeschichte klar geworden. Rückwirkend hat sich das Interesse an der Chemie in allen Ländern stark gesteigert, aus den Anlagen der Sprengstoffabriken sind Zwischenprodukts- und Farbstoffabriken geworden und der Wettbewerb, das Ringen um Erfolge hat sich vervielfältigt. Betrachtet man den Stand der Farbstoffchemie vor dem Kriege, wie er durch die oben angeführten Quellen begrenzt ist, und versucht die im letzten Jahrzehnt erzielten Fortschritte auszuwerten, so ergibt sich allgemein das Bild, daß diese mehr ausbauender und verbessernder Art gewesen sind und daß ganz große und umwälzende Entdeckungen ausgeblieben sind.

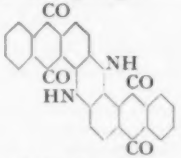
Wir kennen in der Farbstoffchemie nach dem Aufkommen künstlicher Farbstoffe überhaupt (Triphenylmethanfarbstoffe — Fuchsin usf. — und Azinfarbstoffe — Safranin usf. —) eine Anzahl großer Entwicklungsabschnitte, so die Ende der 60er Jahre sich vollziehende Umwälzung durch die Synthese des Alizarins (GRAEBE und LIEBERMANN), ferner die Entwicklung der Chemie der Azofarbstoffe, welche in der Auffindung auf Baumwolle ohne Vorbeize unmittelbar ziehender Farbstoffe (BÖTTIGER) gipfelt, die Weiterbildung der Anthrachinonchemie, welche zu wertvollen Beizen- und sauren Wollfarbstoffen (R. E. SCHMIDT, R. BOHN) führte, die Auffindung der Schwefelfarbstoffe (VIDAL) und die Synthese des Indigo (v. BAEYER), deren technischer Erfolg erst um die Jahrhundertwende zu reifen begann. Die Beschäftigung mit dem uralten Farbstoff Indigo als Küpenfarbstoff, d. h. als Farbstoff, der erst durch einen Reduktionsvorgang in eine lösliche auf der Faser haftende Verbindung übergeführt wird und sich auf der Faser durch Luftoxydation zurückbildet, hat die beiden letzten großen Erfindungen nach sich gezogen: die Darstellung von Anthrachinonverbindungen einfacherer und komplizierter Art, welche als Küpenfarbstoffe angewandt werden können, und die Verallgemeinerung des Indigos zu den indigoiden Farbstoffen. Im ersteren Falle sind es die Ketongruppen des Anthrachinonkernes, deren Reduktion zu Produkten mit Affinität zur Faser führen und die wie Indigo auf der Faser durch den Luftsauerstoff der Oxydation nach dem Schema verfallen:



Farbstoffe solcher Art seien an je einem Beispiel einfacher und komplizierter Art gezeigt:

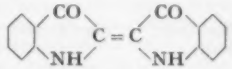


Algolgelb



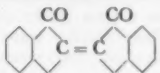
Indanthrenblau

Im zweiten Falle war es die Erkenntnis, daß der Indigo:

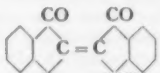


(A) (B)

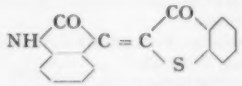
nur ein Paradigma sei, dessen beide symmetrischen Hälften *A* und *B* variierbar auch verschiedenartig verknüpfbar seien, wie wiederum an drei Beispielen gezeigt sei:



Thioindigorot



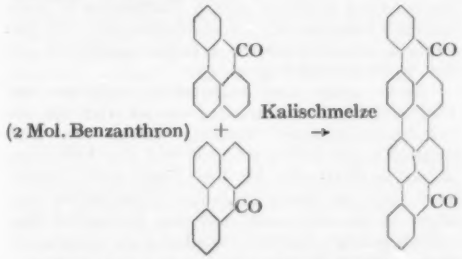
Cibaviolett
(Thioindigoviolett)



Thioindigoscharlach

Damit ist in aller Kürze der Stand der Farbstoffchemie vor dem Weltkriege gekennzeichnet. Die Forschung des letzten Jahrzehnts hat sich bei den Küpenfarbstoffen im wesentlichen darauf beschränkt, Farbtonlücken mehr oder weniger geschickt und erfolgreich auszufüllen und minder wertvollen Farbstoffe durch bessere zu ersetzen. In der Indigoreihe sind so durch Verwendung auf bestimmte Weise substituierter Naphthole als eine Hälfte des Moleküls Erfolge erzielt worden, welche zur Darstellung von schwarzen Küpenfarbstoffen führten. Bei den Anthrachinonfarbstoffen ist nach wie vor Interesse für Abkömmlinge des Peryiens vorhanden, welche nicht etwa aus diesem

interessanten Kohlenwasserstoff aufgebaut werden, sondern welche man durch die Kalischmelze der Benzanthronderivate erhält:

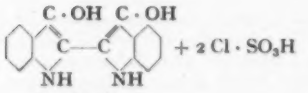


Hier hat sich gezeigt, daß auch Naphthalinderivate dieser Reaktion zugänglich sind.

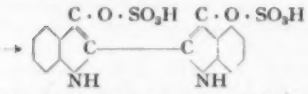
Als ein weiterer Gesichtspunkt hat sich ergeben, daß häufig schon die weitgehende Reinigung bekannter Farbstoffe von Beimengungen aus der Darstellung Erfolg bringt, Beimengungen, welche oft bei gleichem Farbton in der Echtheit gegenüber dem Hauptbestandteil minderwertig sind. Unter Echtheit versteht man bekanntlich die Widerstandsfähigkeit eines Farbstoffes auf der Faser gegen die beim Gebrauch auftretenden Einflüsse als Licht, Luft, Regen, Walke, Säure Alkalien, Bügeln, Reiben usf. Wir wissen, daß die Echtheit einmal von der Faser abhängig ist, also ein Farbstoff z. B. auf Wolle (tierische Faser) sich anders verhalten kann als auf Baumwolle (pflanzliche Faser). Die Erforschung der Vorgänge, welche bei der Zerstörung eines Farbstoffes auf der Faser eintreten, sind in vielen Fällen ungeklärt, so daß wir keine allgemeinen Regeln für die Beziehungen zwischen Echtheit und Konstitution des Farbstoffes aufstellen können. Wir können nicht einmal mit Bestimmtheit bei der Lichtechtheit sagen, ob das Verschießen oder Nachdunkeln der Färbungen Oxydations- oder Reduktionswirkungen des Lichtes entspricht. Ein entscheidender Fortschritt dürfte hier erst erfolgen, wenn systematische Untersuchungen angestellt werden, das durch die Beanspruchung entstehende Umwandlungsprodukt von der Faser abzuziehen und die Veränderung der Konstitution zu bestimmen. Die Schwierigkeit dieser Aufgabe läßt sich in Vergleich bringen mit der Erforschung der Veränderung chemischer Verbindungen im Organismus.

So sind wir heute darauf angewiesen, durch experimentelle Prüfung — Echtheitsprüfung — die Tatsachen sprechen zu lassen, wertvolle Farbstoffe dadurch zu erkennen und unechte zu verwerfen. Der Mangel an Textilfasern und die Preislage in den verarmten Ländern hat dazu geführt, auf echte Färbungen heute einen entscheidenden Wert zu legen. So sind die besten aus der Klasse der Anthrachinon- und indigoiden Farbstoffe — also Küpenfarbstoffe in einer Sondergruppe vereinigt worden, welche nach dem für den echten Küpenfarbstoff Indanthren (siehe oben „Indanthrenblau") gewählten Namen unter dem Sammelnamen Indanthrenfarbstoffe- licht-, wasch- und tragecht — im Handel sind.

Bisher geschah die Befestigung solcher Farbstoffe auf der Faser derart, daß sie durch Behandeln mit Hydrosulfit in alkalischer Lösung reduziert wurden; die Faser wurde mit dieser Lösung — der Küpe — getränkt und der Farbstoff beim Verhängen an der Luft durch Oxydation entwickelt. Es ist nun überraschend, daß es nach neueren Forschungen (BADER und SUNDER) auch au fandere Weise gelingt, Küpenfarbstoffe echt zu färben. Durch Behandeln von z. B. Indigoweiß (das ist das in Substanz hergestellte Reduktionsprodukt des Indigo) mit Chlorsulfonsäure bei Gegenwart tertiärer Basen konnte ein Ester des Leukindigos erhalten werden:

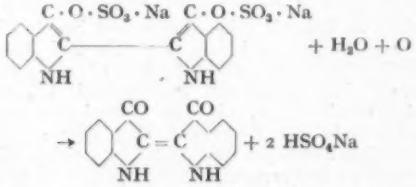


Leukindigo

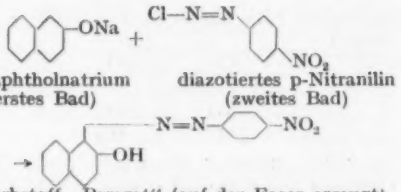


Schwefelsäure-Ester des Leukindigo

Mit diesem Ester lassen sich — in Form des Natriumsalzes — Wolle wie Baumwolle behandeln. Durch Oxydation wird dann auf der Faser unter Abspaltung des Säurerestes Indigo erzeugt:



Die Vorteile des neuen Verfahrens (Indigosol D. R. P. 418 487) sind einmal eine Vereinfachung des Färbeverfahrens für den Färber. Für die gegen Alkalien empfindliche Wolle kommt hinzu, daß die alkalische Küpe durch ein saures Auffärbe- wie ebensolches Entwicklungsbad ersetzt ist. Ebenso bietet auch das Verfahren für Baumwolle Vorteile, weil die Durchfärbung dicker Gewebe erleichtert ist. Endlich ist in Betracht zu ziehen, daß die Kombination von Indigofärbungen mit anderen Färbungen durchführbar ist, eine Methode, deren Betrachtung hier zu weit führen würde. Es liegt nun auf der Hand, das Grundsätzliche des Indigosolverfahrens auf andere Küpenfarbstoffe zur Anwendung zu bringen, Ansätze hierzu sind schon geschehen. Ein weiterer Fortschritt, welcher in den letzten 10 Jahren erzielt wurde, liegt in der Erzeugung echter billiger Färbungen auf ungebeizter Baumwolle. Seit Ende der 80er Jahre ist bekannt, daß Azofarbstoffe (das sind solche, welche die Gruppe —N=N— enthalten) auf der Baumwollfaser entstehen, wenn man den Azofarbstoff aus seinen Komponenten erst auf der Faser bildet. Man hat dann den Vorteil, daß solche Farbstoffe so zusammengesetzt sein können, daß sie in Substanz wasserunlöslich sind, weil man sie ja nicht aus einer Lösung auffärben muß. Dies beeinflußt die Echtheit wesentlich in günstigem Sinne. Diese Färbeweise, welche zu einem billigen Ersatz des für den Orient bestimmten Türkischrot aus Alizarin führte, geschah so, daß man die Faser mit β-Naphtholnatrium tränkte und in einem zweiten Bade durch diazotiertes p-Nitranilin die Kupplung zum Farbstoff auf der Faser vollzog:

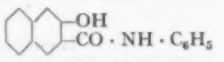


β-Naphtholnatrium (erstes Bad) — diazotiertes p-Nitranilin (zweites Bad)

Azofarbstoff „Pararot" (auf der Faser erzeugt)

Diese Methode hat nun auch wieder Übelstände, so kann Garn nicht auf diese Weise behandelt werden, weil man nach dem ersten Bade einen Trocknungsvorgang einschieben muß, was bei Garnen technisch nicht möglich ist. Des weiteren hat das β-Naphtholnatrium eine so geringe Verwandtschaft zur Baumwollfaser, daß sich hieraus Übelstände herleiten. Endlich besitzen solche Färbungen nicht den am Alizarin gerühmten Blaustich im Farbton.

Als wesentlicher Fortschritt darf daher die Einführung des sog. Naphthol AS (2-Oxynaphthalin-3-carbonsäureanilid):



an Stelle der Naphtholkomponente bezeichnet werden, die in steigendem Maße Verwendung findet. Chemisch ist der Fortschritt so zu deuten, daß die Gruppe CO—NH die Verwandtschaft zur Baumwollfaser offenbar stark steigert, die sich in besserer Echtheit und technischer Vereinfachung des Verfahrens, nunmehr auch brauchbar für Garne äußert. Auch ist es gelungen, blaustichige Färbungen zu erzielen und die Naphthol As-Färbungen reichen heute schon an die erstrebten Alizarinfärbungen heran.

Eine dritte Gruppe betrifft ebenfalls Azofarbstoffe. Färbt man solche auf Wolle, so läßt sich vielfach die Echtheit wesentlich verbessern, wenn man die Färbungen einer Behandlung mit Metallsalzen, meist Chromsalzen unterzieht. Voraussetzung ist dabei, daß die verwandten Farbstoffe solcher Konstitution sind, daß sie mit dem Metall eine Komplexverbindung eingehen können, welche eben durch ihre schwerere Löslichkeit widerstandsfähiger ist. Es ist nun in den letzten Jahren gelungen, solche komplexe Chromverbindungen aus den Farbstoffen mittels Chromsalzen in Substanz herzustellen, und es hat sich gezeigt, daß solche, auffärbbar sind und an die mit der sog. Nachchromierung erzielten echten Färbungen in ihrer Echtheit heranreichen (Neolanfarbstoffe). Es fällt dadurch beim Färben ein Arbeitsvorgang fort und die Wollfaser wird geschont.

Auch sonst sind mancherlei Aufgaben der Farbstoffchemie erwachsen, es sei nur an die Celluloseacetatseide erinnert, welche die Auffindung neuer Färbeverfahren und das Aufsuchen passender Farbstoffe für diese Faser nötig machte. Sind auch die Zeiten stürmiger Entwicklung vorüber, so ist doch wohl mit den gegebenen Beispielen gezeigt, daß die Forschung auf diesem Gebiete nicht stillsteht.

Besprechungen.

KLEIN, F., **Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus.** (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. I. Band. Dritte Auflage.) Berlin: Julius Springer 1924. XII, 321 S. und 125 Abbildungen. 16 × 24 cm. Preis geh. 15, geb. 16,50 Goldmark.

Aus dem Inhalt. I. Teil: *Arithmetik.* 1. Das Rechnen mit natürlichen Zahlen. Didaktisches. Rechenmaschinen. 2. Die ersten Erweiterungen des Zahlbegriffes: negative, gebrochene, irrationale Zahlen. Präzisions- uns Approximationsmathematik. 3. Zahlentheorie. Didaktisches. Fermatscher Satz. Kreisteilung. „Nichtkonstruierbarkeit" des regulären Siebenecks. 4. Komplexe Zahlen. Gaußsche Ebene. Quaternionen; Vektorenrechnung, Didaktisches, Historisches.

II. Teil: *Algebra.* 1. Reelle Gleichungen mit reellen Unbekannten. 2. Gleichungen im komplexen Gebiet. Fundamentalsatz d. Algebra. Deutung der Gleichung mit komplexem Parameter durch konforme Abbildung zweier Kugeln. Beispiele: die reine Gleichung; Irreduzibilität; Unmöglichkeit der Winkeldreiteilung; Niedere und höhere Gleichungen; Normalgleichungen usw.

III. Teil: *Analysis.* 1. Logarithmus und Exponentialfunktion: Systematisches; Historische Entwicklung, Schulbetrieb; Funktionentheoretischer Standpunkt. 2. Goniometrische Funktionen: Zusammenhang mit Logarithmus; Tafelwerke; sphärische Trigonometrie; kleine Schwingungen und ihre Darstellung auf der Schule; Trigonometrische Reihen; Exkurs über den Funktionsbegriff. 3. Eigentliche Infinitesimalrechnung: Entstehung und logische Begründung der Infinitesimalrechnung; Form und Bedeutung für den Schulbetrieb; der Taylorsche Lehrsatz und die Art der Annäherung, Konvergenz, Restabschätzung; Historische und pädagogische Betrachtung über die Darstellung in Lehrbüchern sowie die eigene Tendenz.

IV. Teil: *Anhang.* A. Transzendenz von e und π; B. Mengenlehre.

V. Teil: *Zusätze*: 1. Zur Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland; 2. Ergänzungen zur mathematischen und didaktischen Literatur.

Der vorstehende Auszug aus dem Inhaltsverzeichnis orientiert über Inhalt und Aufbau dieses Werkes, in dem der große Göttinger Mathematiker die volle Wucht seiner wissenschaftlichen Persönlichkeit für didaktische Zwecke eingesetzt hat. Die Vorlesungen über Elementarmathematik, die in Göttingen als erster deutscher Universität — und in dieser Weise wohl hier überhaupt zum erstenmal in der Welt — als regelmäßig wiederkehrender Teil des Unterrichtsprogramms eingerichtet wurden, bilden ein Glied in der von KLEIN betriebenen allgemeinen Unterrichtsreform der Mathematik. Das ausgesprochene Ziel dieser Reform war und ist, der Mathematik den ihr zukommenden Platz in der geistigen Ausbildung der Menschheit zu verschaffen. Früheren Zeiten konnte das Latein mit seinen angehäuften Schätzen wissenschaftlicher und belletristischer Literatur den geistigen Inhalt geben — heute, wo die Entwicklung des Lebens nach einer anderen Seite einmal gegangen ist, ist dieser Inhalt unwiederbringlich zurückgedrängt, zum mindesten aus seiner Monopolstellung. Es ist deshalb zu verlangen, daß die Schule in erhöhtem Maße um Ersatz besorgt ist, der je nach der Persönlichkeit in einer Einstellung mehr nach der historischen oder mehr nach der mathematisch-naturwissenschaftlichen Seite liegen wird. Es ist mit einem gewissen Anschein von Recht bezweifelt worden, ob der Schulunterricht in Mathematik befähigt sei, den Schüler in dem gleichen Maße *„geistig"* zu beeinflussen, wie dies etwa der alte lateinische Aufsatz getan hat. Man verwies darauf, daß meist nur ein verschwindend kleiner Teil der Schülerschaft vom Mathematikunterricht wirklich ergriffen würde. Die Reformer antworten darauf: die Schulmathematik alten Stils hängt viel zu sehr an den *Buchstaben* EUKLIDS; sie ist veraltet und hat keine Weiterentwicklung erlebt, wie die wissenschaftliche Mathematik. Will man die Mathematik von einem Wissensstoff zu einem Kulturfach erheben, so muß ihre *Entwicklung* auch in der Schule spürbar sein. Es muß abweichend von EUKLID eine *Durchdringung von Geometrie und Algebra* stattfinden, wie sie in der Entwicklung der Mathematik erst seit DESCARTES möglich war (analytische Geometrie, aber auch geometrische Analyse der algebraischen Gleichungen); es muß weiter der *Funktionsbegriff* eingeführt werden, der heute jedem naturwissenschaftlich Denkenden derart in Fleisch und Blut übergegangen ist, daß es ihn mit Staunen ergreift, wie die Schulmathematik, der die Einführung dieses Begriffs an erster Stelle obgelegen hätte, so völlig daran vorbeigehen konnte. Mit dem Funktionsbegriff, anschaulich-geometrisch gefaßt, wird zugleich dasjenige Gebiet der Schule eröffnet, dessen Ausbau erst die Entwicklung der modernen Naturwissenschaften ermöglicht hat: die Analysis, d. h. Differential- und Integralrechnung. Hiermit ergibt sich eine Fülle von Fragen, Aufgaben und Erkenntnissen, die von ganz anderer Größenordnung ist, als die in ihrem weiteren Ausbau doch recht künstliche Geometrie nach EUKLIDischer Art und die Betrachtung der Gleichungen ersten, zweiten und allenfalls dritten Grades, zu der man in der Schulalgebra vordrang. Hand in Hand mit dieser Erweiterung und Belebung geht eine *Verbesserung der moralischen Qualität des Unterrichts:* KLEIN weist wiederholt auf Stellen in Schullehrbüchern hin, wo heimlich und versteckt von den Methoden der Infinetisimalrechnung Gebrauch gemacht wird, ohne daß die notwendigen, ganz fundamentalen Schwierigkeiten und ihre Beherrschung in einer dem Schüler irgendwie erkennbaren Weise auseinandergesetzt würden: die Beweise werden „erschlichen". (CAVALIERIsches Prinzip, Fallgesetze.) Hiergegen wenden sich die Unterrichtsreformer mit allen Kräften, als einer Methodik, die gerade den kulturellen Wert der Mathematik aufs schwerste schädigt. Aus dem Zusatz 1. entnimmt man mit Erstaunen, wie spät die ganze Frage der mathematischen Unterrichtsreform überhaupt in Angriff genommen worden ist und wieviel noch gegen die „Trägheit", die in den behördlichen Lehrplänen steckt, durchzusetzen ist. Zum Teil freilich ist die Langsamkeit einer Reform durch die Notwendigkeit vorgeschrieben, erst für eine geeignete Lehrerausbildung zu sorgen, und an diesem Punkt ist es, wo die KLEINschen Vorlesungen beschleunigend eingreifen wollen.

Die Tendenz des KLEINschen Vortrags war stets, *anregend* zu wirken. Daher kommt es, daß dies Buch auch für den, der den eigentlichen Stoff beherrscht, eine besonders schöne Lektüre ist. Vielleicht wird sogar erst derjenige, der sich früher durch andere Darstellungen durchgearbeitet hat, den vollen Genuß an der KLEINschen Darstellungskunst haben. Die Durchflechtung von Algebraischem und Geometrischem, die Vertiefung, die in den Stoff der Schulmathematik durch die übergeordneten Gesichtspunkte der Funktionentheorie kommt, andererseits der nahe Zusammenhang zahlreicher Methoden der reinen Mathematik mit denen der numerischen Auswertung — das alles ist nicht nur

für den Schulmann eine Freude und ein Gewinn zu lesen. Das Spezielle wird prinzipiell benutzt, um die allgemeinen Fragen daran anzuknüpfen: über den Funktionsbegriff, über Mengenlehre, über Präzisions- und Approximationsmathematik usw. das sind Exkurse, die wesentlich zu dem Werk und zu der Art des KLEINschen Vortrages gehören. Großer Wert wird jeweils auf eine kurze historische Einführung gelegt: lehrt sie doch am besten die eigentümlichen Schwierigkeiten der einzuführenden Begriffe und vor allem die Notwendigkeit ihrer Entwicklung kennen. Mit Recht wird in der Unterrichtsreform eine Bekanntschaft der Schüler mit der Geschichte der Mathematik, soweit sie ihnen verständlich sein kann, gefordert. Es ist dies ein Punkt, der auch im Hochschulunterricht zu kurz kommt. Welche Hochschule hat neben den üblichen Lehraufträgen für Geschichte der Philosophie solche für Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften aufzuweisen?

Wenn KLEIN selbst an diese Vorlesungen, die in zwei früheren Auflagen als autographierte Vorlesungsausarbeitungen bei Teubner erschienen waren, zum dritten Male die glättende Hand angelegt hat, so kann man sicher sein, daß das Ergebnis seiner Kritik in jeder Hinsicht standgehalten hat. In sachlicher und pädagogischer Hinsicht ist durch diese Vorlesungen ein Vorbild aufgestellt, das nicht bald zu überbieten sein dürfte. P. P. EWALD, Stuttgart.

ADICKES, E., **Kant als Naturforscher.** Bd. I. Berlin: W. de Gruyter 1924. XX, 378 S. Preis geh. 13,50, geb. 15 Goldmark.

Die Leistungen KANTS als Naturforscher und Naturphilosoph haben eine sehr verschiedenartige Einschätzung erfahren. Während nicht nur Philosophen wie ZÖLLNER und STADLER, sondern auch Naturforscher wie HELMHOLTZ ihn als großen Naturforscher preisen, haben andere Naturforscher, E. HOLTZMÜLLER, GERLAND, und vor allen Dingen, DÜHRING äußerst abfällige Urteile über ihn als Naturforscher geäußert. ADICKES zeigt, woher die verschiedenartige Beurteilung rührt. Er untersucht auf Grund jahrelanger gründlicher Studien die naturwissenschaftlichen Leistungen KANTS in dem vorliegenden Werke und gibt eine zusammenfassende erschöpfende Darstellung derselben. Zugleich sucht er die Grundlage für eine objektive Beurteilung der Ansichten KANTS dadurch zu gewinnen, daß er sie an dem Problemstand seiner Zeit maß. Nur wenn man seine Theorien und Hypothesen gegen diesen Hintergrund hält, läßt sich ein wirklich gerechtes Urteil geben. Weiterhin zeigt er aber auch, daß zur richtigen Beurteilung noch ein zweites nötig ist, „daß man nämlich KANTS Geistesanlage nicht als die eines Naturwissenschaftlers im eigentlichen Sinne betrachtet und von dieser Auffassung aus dann falsche Anforderungen an ihn stellt". Aus dieser von Grund aus falschen Einschätzung erklären sich die gegensätzlichen Urteile, die über seine Bedeutung als Naturforscher geäußert worden sind. ADICKES weist nun in seiner Einleitung in ausführlicher und überzeugender Weise nach, „daß KANT seiner Geistesart nach zum Typus der abstrakten philosophischen Denker, nicht zum naturwissenschaftlichen Typus gehört". Der Verf. zeigt an eingehenden Beispielen, daß KANT weder Neigung noch Begabung zu experimentell naturforschender Arbeit gehabt habe, und daß er auch für die mathematische Behandlung naturwissenschaftlicher Probleme wenig Sinn und nur eine geringe Vorbildung besaß. Seine unbestreitbaren großen Leistungen auf naturwissenschaftlichem Gebiet beruhen vielmehr auf glücklichen Intuitionen und genialen Aperçus. Bei all seinen naturwissenschaftlichen Arbeiten überwiegt immer das allgemeinere philosophische Interesse. Er geht immer aus auf große Synthesen, und er bleibt dabei immer noch halb teils Philosoph, teils Methodologe. „KANTS Stärke ist die Konzeption großer, umfassender Ideen, nicht ihre Durchführung im einzelnen. Die bildet im Gegenteil immer seine schwache Seite." Seine große Bedeutung für die Geschichte der Naturwissenschaften hat er vor allen durch seine Arbeiten auf den Grenzgebieten zwischen Naturwissenschaft und Philosophie erworben, in welchen er als Erkenntnistheoretiker und Metaphysiker redet, so vor allem durch seine wichtige dynamische Theorie der Materie, durch seine Untersuchungen über das Wesen des Raumes und über die Grundlagen der Mathematik. „In eigentlich naturwissenschaftlichen Dingen dagegen hat er das Wort ergriffen als Ausnahmegeist, als wissenschaftliches Genie mit der stark ausgeprägten Fähigkeit zur Synthese, zur vereinheitlichten Zusammenfassung des weit Getrennten."

Man kann dem Verf. in dieser Beurteilung der Bedeutung KANTS als Naturforscher und Naturphilosoph völlig zustimmen und muß ihm dankbar sein für die außerordentliche große Mühe, mit der er die naturwissenschaftlichen Arbeiten KANTS auf Grund der Geistesverfassung KANTS und unter richtiger Gegenüberstellung der naturwissenschaftlichen Kenntnisse der damaligen Zeit in ihrer richtigen Bedeutung herausgearbeitet hat, seine Fehler rückhaltlos nachweist, aber auf der anderen Seite auch seine genialen Synthesen und ihre große naturwissenschaftliche Bedeutung hervorhebt. Dieser erste Band enthält außer der ausführlichen Einleitung die Darstellung von KANTS Erstlingswerk über die Schätzung der lebendigen Kräfte, seine dynamische Theorie der Materie und die Lehre von der Bewegung. Man kann dem Erscheinen des zweiten Bandes, in dem fraglos auch die den Biologen interessierende Teleologie KANTS zur Darstellung kommt, mit Spannung entgegensehen.

M. HARTMANN, Berlin-Dahlem.

AUERBACH, FELIX, **Das Zeisswerk und die Carl-Zeiss-Stiftung in Jena.** 5. Auflage. Jena: Gustav Fischer 1925. 258 S., 282 Abbild. und 1 Bildnis von ABBE. 17 × 24 cm. Preis geh. 6, geb. 8 Goldmark.

Vom Mikroskop zum Planetarium ... Die Entwicklung der Optischen Werkstätte auf diesem Wege im Verlaufe von 75 Jahren umfaßt ein Stück Kulturgeschichte, zu deren erschöpfender Darstellung eine ganze Geschichtskommission nötig wäre. Auch diese würde der Aufgabe nicht gerecht werden können, weil die Zeiss-„Regesten" mehr als lückenhaft sind und diejenigen, die allein sie ausfüllen könnten, tot sind. AUERBACH hat die Entwicklung der Werkstätte, wenn auch als Außenstehender, viele Jahre aus nächster Nähe kennengelernt und ist durch seine persönlichen Beziehungen zu ABBE, CZAPSKI und SCHOTT besser in der Lage als irgendein anderer, wenigstens eine Einführung in die Entwicklungsgeschichte der Optischen Werkstätte zu geben. Wenn die „breitere Öffentlichkeit" heute von Zeiss etwas mehr weiß, als daß dort Mikroskope gebaut werden, so ist das zum guten Teil auf sein Buch zurückzuführen. Es ist immerhin ein erfreuliches Zeichen, daß es die 5. Auflage erlebt. Die Beschäftigung mit technischen Dingen gehört ja in Deutschland — leider — nicht zur sog. allgemeinen Bildung. Aber zum Glück gehört der Name Zeiss zu denen, die man als populär bezeichnen darf. Er verdankt ursprünglich die Popularität den Mikroskopen, dann dem „Zeissglase", und die Popularität wird auf das höchste steigen durch das Zeiss-Planetarium, das bald zu den Dingen gehören wird, die man gesehen haben muß. ARN. BERLINER, Berlin.

Astronomische Mitteilungen.

Ether-Drift Experiments at Mount Wilson. DAYTON C. MILLER (Proc. of the nat. acad. of sciences U. S. A. 11, 306). Bekanntlich versucht man den Ätherwind aus der relativen Bewegung der Erde gegen das durch die im Durchschnitt ruhend gedachte Gesamtmasse des Universums definierte Inertialsystem[1]) zu bestimmen. Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkt die genannte Abhandlung, so werden wir von ihr einen einwandfreien Nachweis einer Abhängigkeit des Azimuts des Ätherwindes von der Ortssternzeit verlangen müssen.

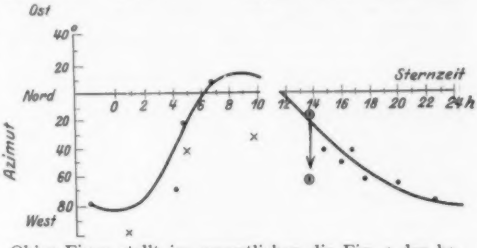
Die einzelnen Beobachtungsergebnisse werden nicht mitgeteilt, sondern nur die aus einer großen Anzahl von Einzelmessungen abgeleiteten Resultate. Diese werden in Form von Diagrammen wiedergegeben. Fig. 1, S. 309 stellt nun das Ergebnis der Messungen vom 9. bis 21. April 1921 vor. Man hat die einzelnen Messungen stundenweise in Gruppen, „sets" genannt, zusammengefaßt. Unter diesen Gruppen wurden die einer gleichen Sternzeitstunde entsprechenden wiederum vereinigt, so daß das Gesamtresultat zu 6 Endwerten führt. Die Fig. 1, in der diese zusammengestellt sind, läßt aber keine Änderung des Azimuts mit der Sternzeit erkennen. Ich lese folgende Azimute im Sinne Nord gegen West ab: $0^h55^m = 51°$; $5^h21^m = 29°$; $12^h17^m = 26°$; $15^h45^m = 29°$; $18^h47^m = 27°$; $22^h50^m = 35°$. Diese Werte sind praktisch zu einem Mittelwert vereinbar, können also für einen Ätherwind infolge der Bewegung der Erde in ihrer Bahn oder überhaupt im Raume nicht in Betracht kommen. Die bei den Versuchen erhaltene Streifenverschiebung in dem Interferometer muß daher eine andere Ursache haben.

In Fig. 4 werden die Beobachtungsergebnisse vom 4., 5. und 6. September 1924 dargestellt. Die Anordnung dieser Figur läßt allerdings die im Text bemerkte Tatsache, daß diese Messungen bei einer deutlichen Verschiebung der Streifen Größe und Richtung des Ätherwindes wie auf dem Mt. Wilson ergeben haben, nicht erkennen. Die Resultate sind bloß nach Himmelsrichtungen eingetragen und besagen daher gar nichts. Sie stellen vermutlich in jeder Kurve die in einer bestimmten Stunde gefundenen Streifenverschiebungen dar. Ich habe von oben aus gerechnet Kurve 6 bis einschließlich 10 gemittelt, da sie ihrem Verlauf nach nahezu derselben Stunde angehören dürften. Aus dieser Untersuchung erhalte ich für die neuen auf einer Horizontalen gelegenen Punkte folgende Verschiebungen in Bruchteilen der Streifenbreite mit den darunterstehenden m. F. von links nach rechts:

−0,017	+0,043	+0,070	+0,093	+0,020	−0,063
± 18	± 17	± 37	± 25	± 18	± 29
	−0,087	−0,083	−0,010		
	± 29	± 18	± 18		

Aus diesen Zahlen ergibt sich nach der Formel $\frac{l \cdot \beta^2}{\lambda}$ mit der beobachteten Höchstverschiebung ($l = 68{,}6$ m; $\lambda = 4{,}57 \cdot 10^{-5}$ cm) von 0,093 eine Geschwindigkeit von 7,5 ± 1 km, d. i. ein *Viertel* des erwarteten Effektes. Da aber die Messungen gar nicht nach Sternzeitstunden angegeben werden, kann, wie oben ausgeführt, von einem Nachweis des Ätherwindes durch diese Art der Mitteilung keine Rede sein.

Dagegen lassen sich die Beobachtungen vom 27. März bis 9. April 1925 besser diskutieren. Sie werden zweimal in verschiedener Form graphisch dargestellt. Fig. 2 bringt die gesamte Anzahl der Beobachtungen in 13 Werte vereinigt, während Fig. 5 dieselben zu 10[1]) Werten vereinigt. Liest man aus Fig. 2 die einzelnen Werte ab, so erhält man eine doch etwas von der so schön ausgefallenen Kurve in Fig. 5 abweichende Verteilung der Werte. Durch diese läßt sich, wie aus der beigegebenen Zeichnung zu ersehen ist, kaum eine Kurve in dem gewünschten Sinne legen. MILLER hat für die Fig. 5 manche Werte anders behandelt, wobei besonders auffällt, daß der Wert bei 13^h27^m nach Fig. 2 rund 65° Nord gegen West in Fig. 5 bei 18° eingezeichnet ist. Es ist also eine von den beiden Zahlen entweder bei der graphischen Darstellung versehentlich entstellt worden, oder es sind mit den Werten hier nicht mitgeteilte Maßnahmen vorgenommen worden. Wird die Fig. 5 im Sinne der Fig. 2 berichtigt, so wird es sehr wenig wahrscheinlich, daß eine mit der Sternzeitstunde gleichlaufende Veränderung des Azimutes vorliegt (s. die beigegebene Figur). Da bei gegebener geographischer



Obige Figur stellt im wesentlichen die Fig. 5 der besprochenen Arbeit vor, nur sind die aus Fig. 2 von MILLER nicht übertragenen Werte hier durch Kreuze gekennzeichnet, und ferner ist der eine in einen Kreis eingeschlossene Punkt nach den Angaben der Fig. 2 in die durch den Pfeil angedeutete Lage zu versetzen.

Breite Sternzeit, Stundenwinkel und Azimut zur Bestimmung der Deklination des Zielpunktes der Bewegung führen, so kann man die Fig. 5 für sich allein unter der Annahme ihrer Korrektheit in der gegebenen Form nach dieser Richtung hin auswerten. Es ergeben sich stark voneinander verschiedene Werte der Deklination des Apex, und damit die Schlußfolgerung, daß die Kurve mit der Bewegung der Erde in ihrer Bahn und der der Sonne nach dem allgemein angenommenen oder auch einem anderen Apex dieser Bewegung nicht vereinbar ist.

Es ist zu verlangen, daß solche Beobachtungen, über einen großen Teil des Jahres fortgesetzt, die Bahnbewegung der Erde genau wiedergeben. Außerdem dürfen sie nicht nur an einem Ort gemacht werden. Auch ist die Höhe zum Nachweis einer Änderung des Ätherwindes mit derselben stark zu variieren. Hier sei die Jungfrau in der Schweiz zur Einrichtung mehrerer Beobachtungsstationen in verschiedener Höhe als sehr geeignet vorgeschlagen oder auch die Hochgipfelstation der Harvardsternwarte in Peru, die ebenfalls mit

[1]) Vgl. hierzu: J. BAUSCHINGER, Die astronomische Festlegung des Trägheitssystems. Naturwissenschaften 47, 1005.

[1]) Es handelt sich hier tatsächlich nur um *zehn* verschiedene Werte, da von den elf Punkten der erste und letzte in dieselbe Stunde fallen, also offenbar auf demselben Beobachtungsmaterial beruhen. Da MILLER ausdrücklich von „eleven" schreibt, müßte ein Punkt bei der Reproduktion der Figur 5 verloren gegangen sein.

einer Bahn bequem zu erreichen ist, worauf mich Geheimrat DES COUDRES gesprächsweise aufmerksam machte.

Zusammenfassend ist also zu sagen, daß die Ergebnisse von MILLER zum mindesten in der mitgeteilten Form für das Vorhandensein eines Ätherwindes durchaus nicht beweisend sind, ganz abgesehen davon, daß MILLER im Juli 1924 in Cleveland mit demselben Interferometer keine Streifenverschiebung beobachten konnte. Man kann nur mit Spannung einer ausführlichen Abhandlung über die Versuche auf dem Mt. Wilson entgegensehen und hoffen, daß die Experimente im Falle einer notwendigen Klärung auch bei uns in Angriff genommen werden können. J. WEBER.

Marsaufnahmen in verschiedenfarbigem Lichte. Für die Marsforschung ergeben sich interessante Anregungen aus einer Beobachtungsreihe, die W. H. WRIGHT[1]) 1924 mit dem Crossleyreflektor der Lick-

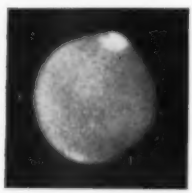


Fig. 1.

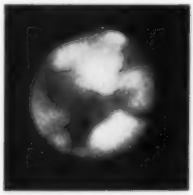


Fig. 2.

Nahezu gleichzeitige Aufnahmen des Mars im violetten (Fig. 1) und im ultraroten (Fig. 2) Lichte.

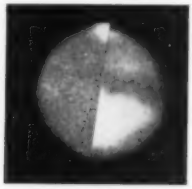


Fig. 3.

Zwei durchschnittene und in der Mitte aneinandergelegte Bilder. Linke Hälfte: im violetten Licht. Rechte Hälfte: im ultraroten Licht.

Sternwarte ausgeführt hat. Daß bei photographischen Aufnahmen der Marsoberfläche ein Gelbfilter verwendet werden muß, damit die Bilder dem Eindruck bei der direkten Fernrohrbeobachtung entsprechen, ist bekannt. Die Abweichungen, die bei Aufnahmen in anderem Lichte auftreten, sind die Grundlage des WRIGHTschen Verfahrens. In der einen Reihe von Aufnahmen werden die üblichen photographischen Platten ohne Farbfilter verwendet; wirksam ist hierbei also blaues und violettes Licht mit der mittleren Wellenlänge 4400 AE. Für die andere Reihe kommen mit Kryptocyanin sensibilisierte Platten, die einen engen Empfindlichkeitsbereich im ultraroten Spektralgebiet bei 7600 AE haben, und ein entsprechendes Filter zur Anwendung.

[1]) Photographs of Mars made with light of different colors. Lick Observatory Bulletin Nr. 366.

Die Bilder der beiden Reihen sind grundsätzlich verschieden. Die ultraroten Bilder zeigen die bekannten Merkmale der Marsoberfläche, die hellen und dunklen Gebiete mit ihren großenteils wenig veränderlichen Umrissen. Sie zeigen sie schärfer als Aufnahmen in gelbem Lichte, die auch in geringerer Zahl gemacht worden sind und dem direkten Anblick entsprechen. Auf den violetten Bildern ist nichts von diesen Oberflächenmerkmalen zu sehen; sie zeigen eine fast gleichmäßig erleuchtete Scheibe, aus der nur die Polkappe heller hervortritt. Was wir im violetten Lichte sehen, ist also offenbar nicht die Oberfläche des Planeten.

Die roten und die violetten Aufnahmen zeigen noch andere charakteristische Unterschiede. Bei den roten Bildern nimmt die Helligkeit nach dem Rande hin ab, die Planetenscheibe hat auf ihnen keine scharfe Begrenzung Das ist eine Erscheinung, die auch bei der Sonne und bei Jupiter auftritt und durch die Absorption des Lichtes in deren Atmosphären erklärt werden kann. Wir müssen also auch auf dem Mars eine Atmosphäre annehmen, die rote und ultrarote Strahlen absorbiert, aber doch nur in dem Maße, daß das Sonnenlicht auf dem Hinein- und Herauswege (außer am Rande) nicht vollständig verschluckt wird. Für violettes Licht scheint diese Atmosphäre aber gänzlich undurchsichtig zu sein. Nach dem Muster unserer Luft könnte man annehmen, daß die kurzwellige Strahlung zum größten Teile zerstreut würde. Dem widerspricht aber die Tatsache, daß die Gesamthelligkeit des Mars im violetten Lichte nur etwa 10% des Betrages erreicht, der bei vollständiger Streuung zu erwarten wäre. Eine Klärung dieser Frage ist mit den bis jetzt vorliegenden Beobachtungen noch nicht möglich.

Die roten Bilder sind kleiner als die violetten, während bei entsprechenden Aufnahmen der Venus eine solche Verschiedenheit nicht auftritt. Wenn man die gemessene Größendifferenz als reell hinnimmt, ergibt sich für die bei diesen Aufnahmen wirksame Atmosphäre eine Höhe von 100 km. Der Durchmesser läßt sich auf den violetten Bildern mit weit größerer Genauigkeit messen als am Fernrohr. Den Einfluß der Plattensorte muß man durch Eichungen mit bekannten Distanzen (Doppelsterne) zu beseitigen suchen.

Sehr merkwürdig sind die Erfahrungen mit der weißen Polkappe, die bei der visuellen Beobachtung ein auffälliges Gebilde ist und meist als eine Schneekappe auf der Oberfläche des Planeten angesehen wird. Sie tritt sonderbarerweise auf den ultraroten Bildern nur wenig hervor; sie ist sichtbar, aber doch nicht stärker als andere helle Oberflächengebiete. Auf den violetten Bildern, auf denen sonst nichts zu sehen ist, ist gerade die Polkappe die augenfälligste Erscheinung. Ob sie deswegen als ein atmosphärisches Gebilde angesehen werden muß, läßt sich bei der Unsicherheit der theoretischen Spekulationen noch nicht entscheiden. Wolkenähnliche Bildungen treten in der Marsatmosphäre auf. An einigen Tagen fand sich auf den violetten Aufnahmen auch eine schwach leuchtende Kappe über dem anderen Pol, und häufig erschienen (auch nur im violetten Licht) hellere Streifen, die in einer der Rotation entsprechenden Zeit über die Planetenscheibe wanderten.

Naturgemäß sind durch diese Versuche mehr Fragen aufgerollt als gelöst worden. Bei der Marsopposition 1926, bei der Mars nicht so nah sein wird wie 1924, aber in bedeutend nördlicherer Deklination, wird sich vermutlich mehr erreichen lassen. KRUSE.

Herausgeber und verantwortlicher Schriftleiter: Dr.-Ing. e. h. DR. ARNOLD BERLINER, Berlin W 9.
Verlag von Julius Springer in Berlin W 9. — Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.